Московский Энергетический институт
(Технический университет)

А. А. Курушин

Проектирование СВЧ устройств с использованием электронной диаграммы Смита

по курсу

«Автоматизированное проектирование антенн и устройств СВЧ»

Москва 2008

УДК 621.3.049.77.029:681.3.06

К93

Рецензенты: докт. техн. наук Банков С.Е.

канд. техн. наук Дупленков Д.А.

Курушин А.А.
К93. Проектирование СВЧ устройств с использованием электронной диаграммы Смита/ под ред. д.т.н., проф. Б.Л.Когана – М., изд. МЭИ, 2008. 120 с.

ISBN 5-230-22345-6

В предлагаемом сборнике приведено более 50 задач, большинство из которых имеет исчерпывающее решение со ссылками на рекомендуемые учебники. Задачи в учебнике разбиты на ряд разделов. Например, разделы «Диаграмма Смита» «Длинные линии и описание из S параметрами» состоят из простейших задач для освоения диаграммы Смита, а последующие – для пошагового проектирования различных СВЧ устройств, таких как транзисторных СВЧ усилителей, фильтров, направленных ответвителей и др. узлов СВЧ трактов.

Во введении дается описание электронной диаграммы Смита, которая может использоваться как инструмент для решения задач.

Для студентов и аспирантов, изучающих проектирование микроволновых приборов, устройств и систем.

ISBN 5-230-22345-6 УДК 621.3.049.77.029:681.3.06

© Курушин А.А. 2008

Введение

Предлагаемое учебное пособие является сборником задач по курсу «Автоматизированное проектирование антенн и СВЧ устройств» и служит для закрепления знаний, полученных на лекциях, семинарских и лабораторных занятиях. Кроме этого в него включены примеры, связанные с описанием активных элементов в системе S параметров.

В настоящее время можно считать, что главной целью курса проектирования служит подготовка студентов к освоению современного программного обеспечения, в основном коммерческого. Однако даже для дипломного проектирования каждый студент выбирает свою программу, в зависимости от конкретной задачи.

В изучаемом курсе рекомендовано освоение базовых популярных программ, HFSS, Microwave Office, CST, которые по точности расчета линейных задач, универсальности не уступают профессиональным мощным системам, как FEKO или Wireless Inside. Поэтому сам теоретический курс проектирования сейчас направлен и на освоения конкретных программ, и на освоение теоретических вопросов проектирования СВЧ устройств. К этим ключевым задачам можно отнести и такие базовые разделы, как решение задачи проектирования с помощью диаграммы Вольперта-Смита, которой посвящен 1 раздел данного сборника. Во втором разделе рассчитываются элементы длинной линии, и анализ их с помощью S параметров. Вопросы моделирования транзисторов, которые можно распространить и на моделирование других сложных СВЧ устройств, начиная от поворота волновода, и кончая нелинейными эффектами, включены в третий раздел задачника. Наконец, задачи, связанные с проектированием СВЧ трактов с активными элементами, рассматриваются в четвертом разделе. Диаграмма Смита не утрачивает своего значения, и при внедрении электронных версий диаграммы Смита, значительно усиливая автоматизированное проектирование. Диаграмма Смита, в первую очередь предназначена для интуитивного освоения важных ключевых вопросов проектирования, от согласования комплексных импедансов и до решения задач, связанных с проектированием многокаскадных СВЧ устройств.

Диаграмма Смита, предложенная Филиппом Смитом в 1940 году - это мощное вспомогательное средство расчета СВЧ цепей. Кроме чисто практического значения, она дает понимание принципа согласования комплексных сопротивлений и многое другое. Диаграмма Смита применяется в Touchstone, Microwave Office и всех других программах проектирования СВЧ устройств. Диаграмма Смита - это бесконечная комплексная плоскость, свернутая с помощью конформного отображения в плоскость, ограниченную единичным кругом. В основе построения диаграммы Смита лежит соотношение

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \qquad \text{(B.1)},$$

где Γ – комплексный коэффициент отражения,
Z - полное сопротивление (например, входное),
Z_o- полное характеристическое сопротивление линии передачи.

Пусть относительное сопротивление *Z/Zo* состоит из активной и реактивной части

$$Z / Z_0 = z = r + jx \qquad \text{(B.2)}$$

и коэффициент отражения имеет вид

$$\Gamma = U + jV \ . \qquad \text{(B.3)}$$

Ставится задача построения линий равного импеданса Z на плоскости Γ. Подставляя (B.2) и (B.3) в (B.1), имеем:

$$U + jV = \frac{r - 1 + jx}{r + 1 + jx} \qquad \text{(B.4)}$$

Выделяя действительную и мнимую часть из правой части (B.4), получаем:

$$U = \frac{r^2 - 1 + x^2}{(r+1)^2 + x^2} \qquad \text{(B.5a)} \qquad\qquad V = \frac{2x}{(r+1)^2 + x^2} \qquad \text{(B.5b)}$$

I. Исключив из этой системы уравнений x, получим уравнение[1]:

$$\left(U - \frac{r}{r+1}\right)^2 + V^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2 \qquad \text{(B.6)},$$

представляющее семейство окружностей с центрами в точках

$$U = \frac{r}{r+1}, \ V=0 \qquad \text{и с радиусом} \qquad \frac{1}{r+1}. \qquad \text{(B.7)}$$

II. Исключив из этой системы r, получим уравнение

$$(U-1)^2 + \left(V - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2, \qquad \text{(B.8)}$$

[1] Для этого преобразуем (B.5b), выделив в выражении $V(r+1)^2+Vx^2=2x$ полный квадрат $x^2= [1/ V +\sqrt{1/V^2-(r+1)^2}]$ и подставим это выражение в (B.5a).

представляющее семейство окружностей с центрами в точке

U=1, V=1/x и с радиусом *1/x*. (В.9).

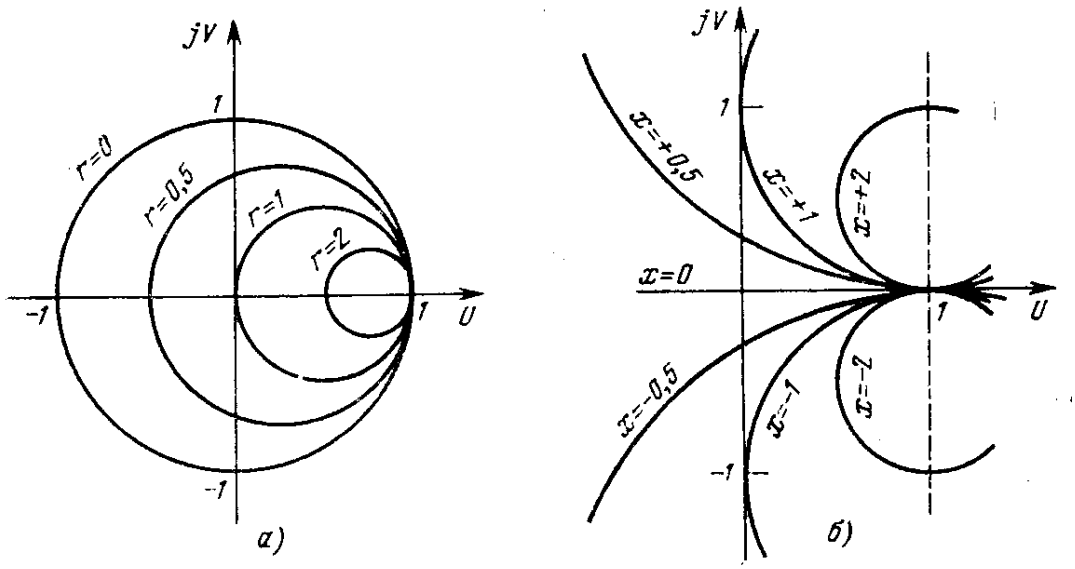


Рис. В.1. Окружности равных r (а) и равных x (б), составляющие диаграмму Смита

В результате построения этих окружностей с этими центрами и радиусами для всевозможных *r* и *x,* (рис. В1) получается диаграмма Смита, классический вид которой приводится на рис В.2.

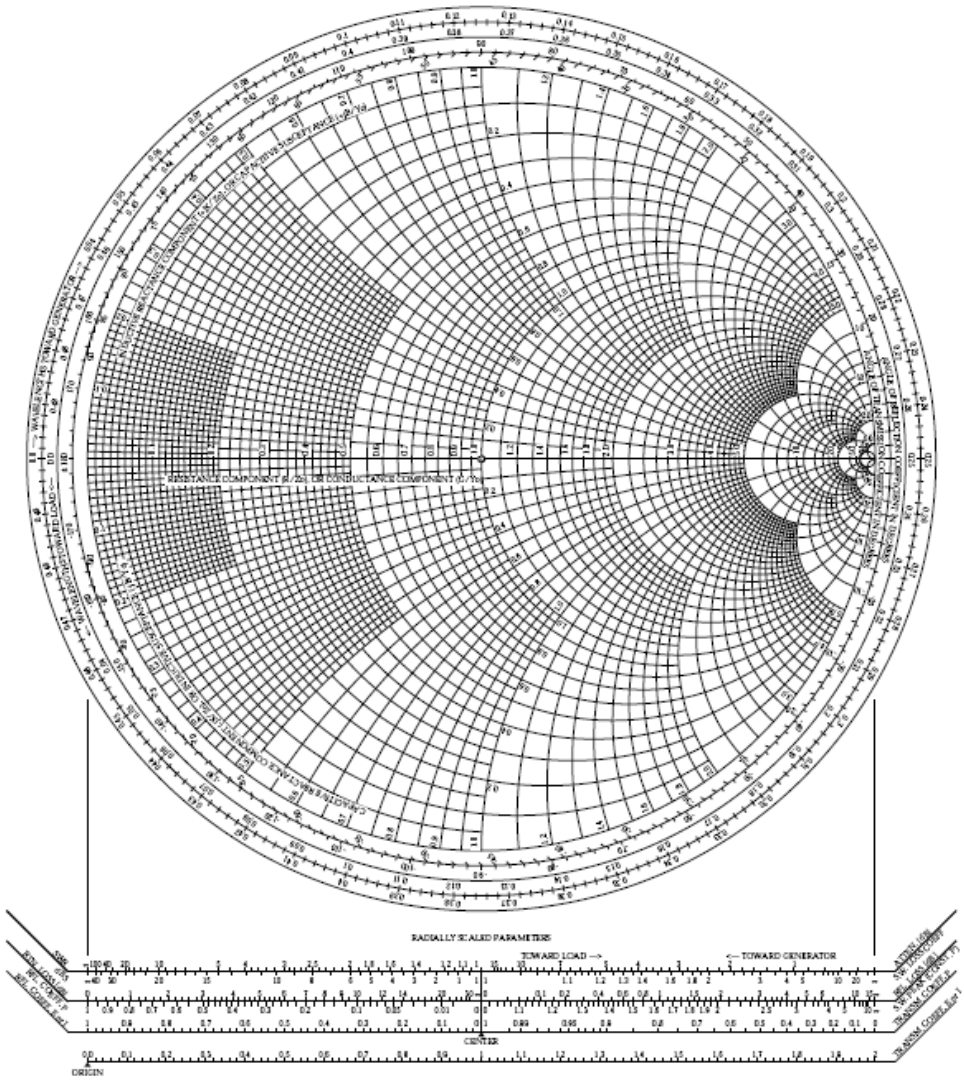


Рис. В.2. Диаграмма Смита

С широким внедрением в практику проектирования персональных компьютеров, получили распространение электронные диаграммы Смита, одну из которых, разработанных в Университете Бёрн профессором Дельшпергером (e-mail fritz.dellsperger@hta-be.bfh.ch) и распространяемых в виде демо-версии, опишем ниже.

Программа **Smith Chart** состоит из меню, изображения диаграммы Смита, окон схем, точек данных, инструментов согласования и др. (рис. В.3)

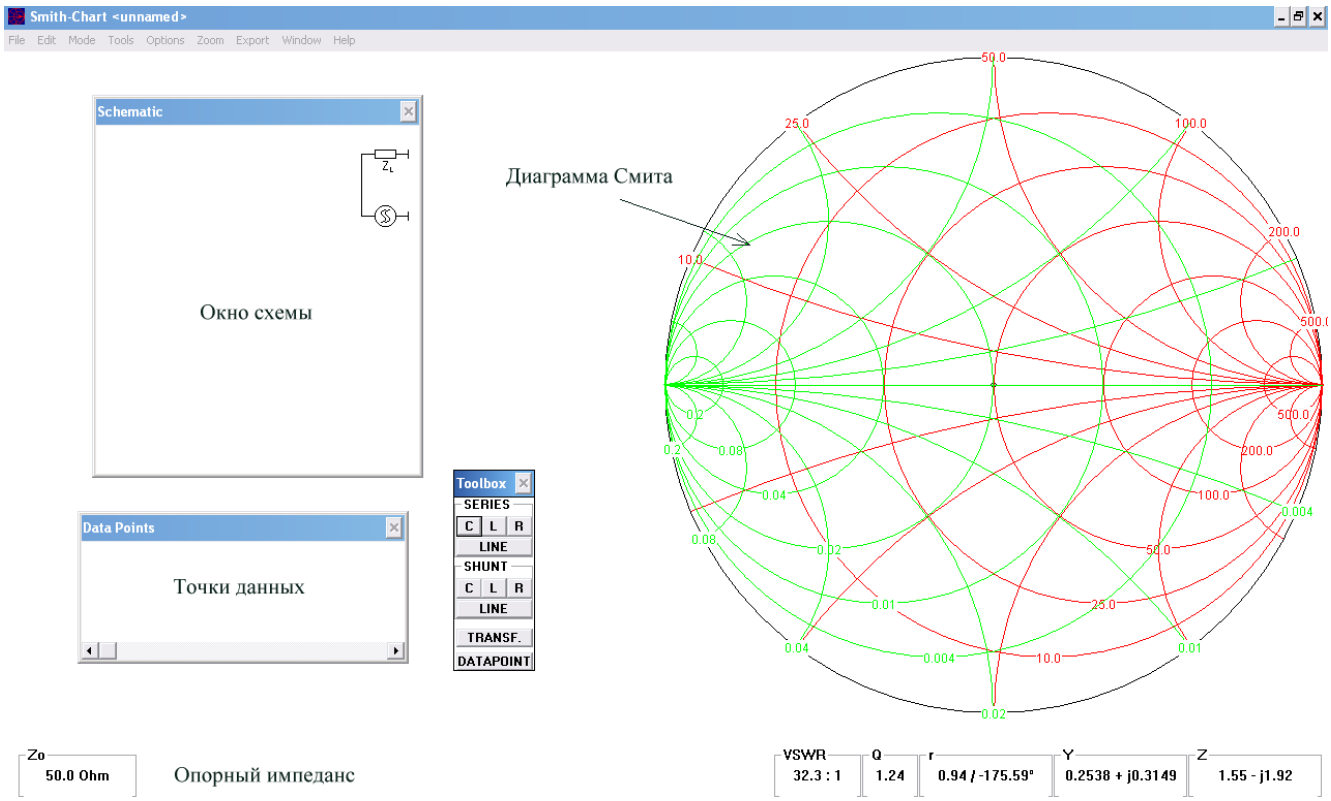


Рис. В.3. Интерфейс электронной диаграммы Смита

Электронная диаграмма Смита, реализованная в этой и подобных программах, выполняет все функции и операции, которые долгие годы решались исследователями с помощью графических построений.

В качестве практического примера применения электронной диаграммы Смита решим одну из ключевых задач при проектировании антенной системы радиоидентификации: согласование антенны и чипа с помощью планарной согласующей структуры (рис. В4).

В последние годы методы автоматической идентификации стали очень популярными во многих сферах услуг, продажи и распределения, в промышленности, производстве и системах, связанных с потоком данных. Автоматические процедуры идентификации необходимы, чтобы предоставить информацию о людях, животных, товарах и изделиях, находящихся в процессе движения.

Вездесущие ярлыки штрих-кода, которые ранее вызвали революцию в системах идентификации, становятся неадекватным в настоящее время. Штриховые коды могут быть чрезвычайно дешевые, но их недостатки - низкая информационная вместимость и тот факт, что они не могут быть повторно запрограммированы.

Оптимальным решением является хранение данных в полупроводниковом чипе. Чип с антенной образуют т.н. **Тэг,** который в корпусе представляет собой смарт-карту, наподобие ранее используемых в связи (телефонная смарт-карта,

банковские кредитные карточки). Однако, механический контакт, используемый в смарт-карте непрактичен. Бесконтактная передача данных между несущим данные устройством и его читателем (ридером) намного более гибка. Такие бесконтактные системы передачи мощности и данных называются RFID системами (радиочастотные идентификаторы).

Покажем алгоритм проектирования Тэга на примере антенны (рис. В.4), у которой входной импеданс на частоте 910 МГц, рассчитанный с помощью программы HFSS, равен (228 +j 544) Ом.

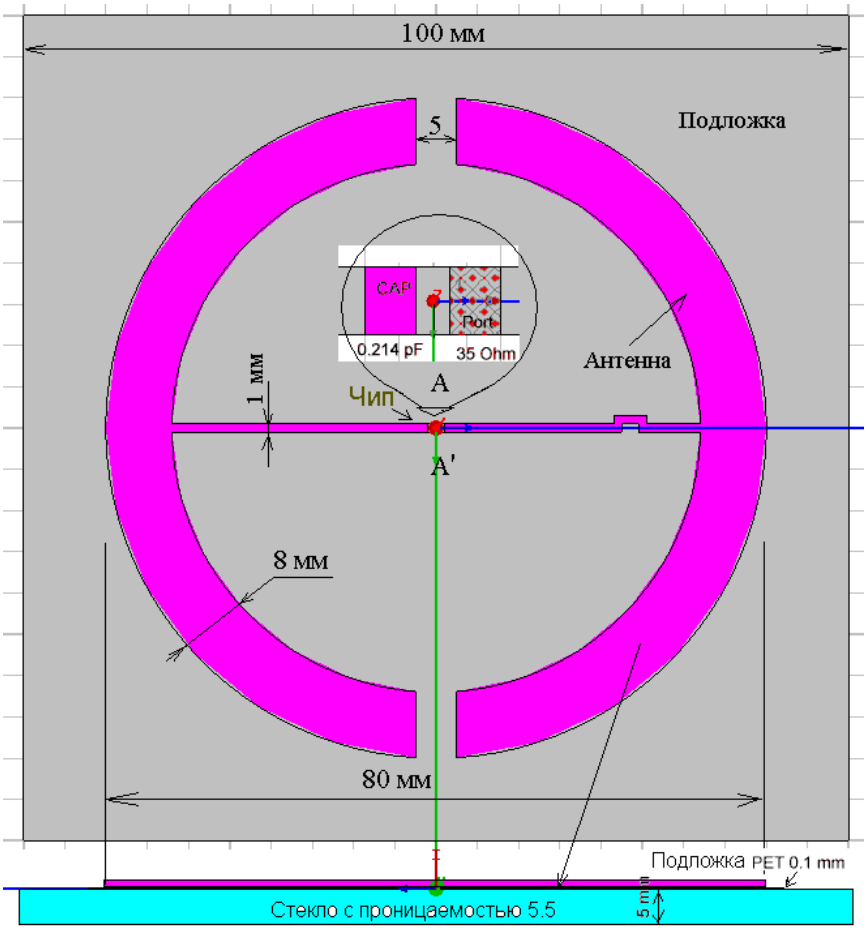


Рис. В.4. Антенная система Тэга, состоящая из круглой антенны с чипом в центре. Планарная антенна напечатана на тонкой диэлектрической подложке толщиной 0.1 мм

Причина рассогласования в данном случае заключается в различии комплексных сопротивлений антенны и чипа. В рассматриваемой круглой антенне согласование антенны можно реализовать, выполнив компенсацию по реактивной составляющей и трансформируя реальную часть импеданса антенны 288 Ом в реальную часть Тэга, равную 35 Ом.

Итак, Z- параметры антенны Тэга, равны, на частоте 910 МГц, Re (Zin) = 228 ом, Im(Zin) = +j544 Ом, что означает, что входное сопротивление антенны в

сечении A-A’ (рис. B4) носит индуктивный характер и соответствует индуктивности L=X/2πf = 60.9 нГ.

Согласующую цепь надо построить так, чтобы трансформировать импеданс антенны, равный 228 +j544 Ом, в импеданс, комплексно сопряженный импедансу чипа.

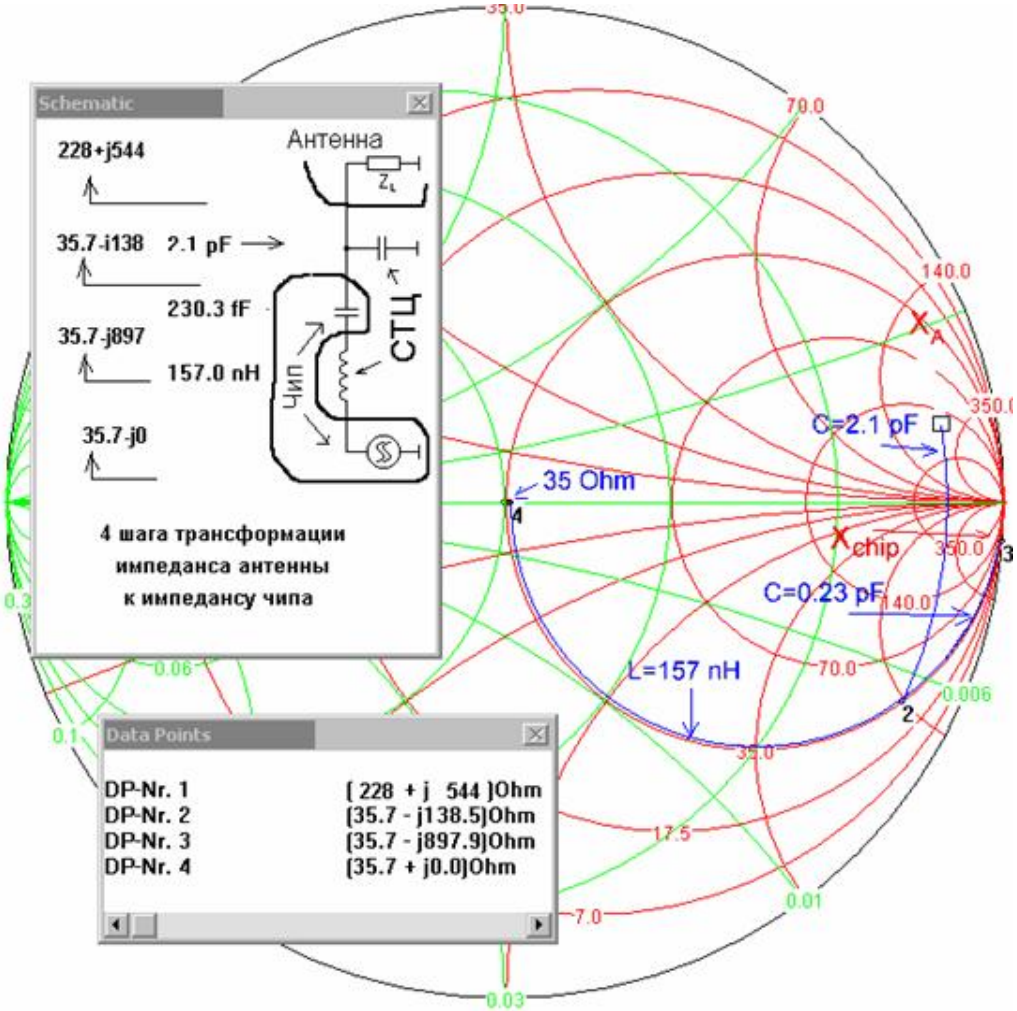


Рис. B.5. Траектория движения по точкам согласующей цепи, между антенной и чипом на электронной диаграмме Смита. Эта траектория учитывает емкость чипа 0.23 pF. Точка 1 – антенна, (Z_L) точка 3 – чип (фактически генератор, сопротивление которого находится в центре диаграммы Смита)

Согласно информации, данной производителем чипа UCODE HSL (Ultra High frequency Smart Label), импеданс чипа равен 35 –j850 Ом (что означает, что входной импеданс носит емкостной характер и конкретно C=Xc/2πf = 0.214 пФ, рис. B5). Для обеспечения комплексного сопряжения антенны с чипом, импеданс антенны нужно трансформировать в импеданс 35+j850 Ом. Эту операцию и выполняет диаграмма Смита.

Последовательность работы на программе электронной диаграммы Смита следующая. Сначала выбирается опорное сопротивление, которое используется для нормирования импедансной диаграммы Смита. По команде Change Zo в меню Options, появляется диалог (рис. В.6).

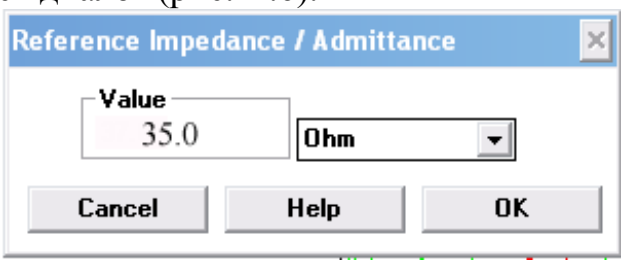


Рис. В.6. Установка опорного импеданса

В нём устанавливаем 35 ом, относительного которого будут нормироваться S-параметры и значения реальных и мнимых частей электронной диаграммы Смита (это значение при проектировании обычных каскадов часто устанавливается равным 50 Ом).

1. Нажимаем на кнопку Datapoint. Появляется диалог рис. В.7, в котором

Рис. В.7. Кнопки выбора метода ввода данных

выбирается способ ввода данных: с помощью мыши, с клавиатуры, а также вводом с графика (для чего сначала нужно ввести файл S параметров).

Нажимаем на Keyboard и в диалоге рис. В.7. Появляется диалог рис. В.8.

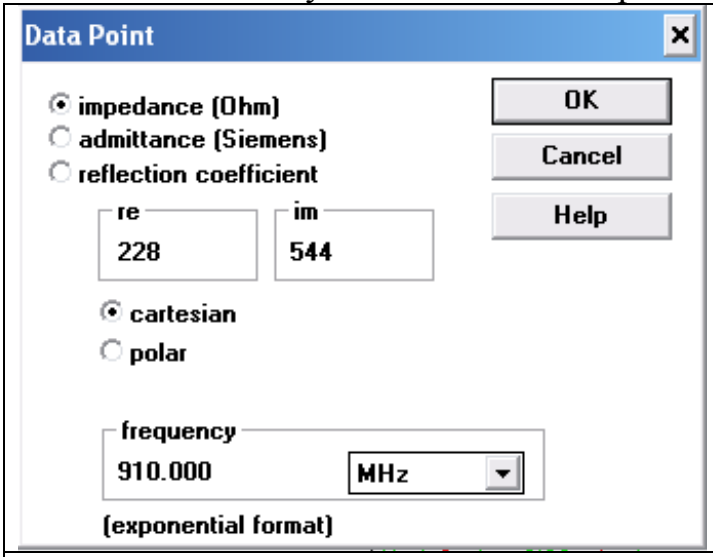


Рис. В.8. Диалог ввода данных Data Point

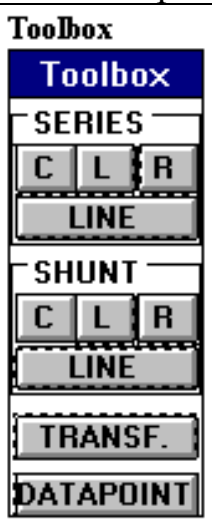


Рис. В.9. Диалог ввода элементов

Вносим значения комплексного импеданса. После нажатия на **OK** на электронной диаграмме Смита появляется точка 1 (рис. В.5).

Теперь, при добавлении элементов схемы, дискретных или элементов с распределенными параметрами, точка смещается по диаграмме Смита, образуя **траекторию согласования**.

Элементы вызываются, нажимая на значок элемента в диалоге Toolbox (рис. В.9).

В этом диалоге входят 4 последовательных (Series) и 4 параллельных элемента, а также трансформатор, отрытые и короткозамкнутые шлейфы. В процессе согласования, т.е. соединения двух точек на электронной диаграмме Смита с разными комплексными импедансами, можно предложить большое количество **траекторий согласований**.

Самая простая траектория состоит из трех точек, и соответственно наиболее простыми согласующими цепями можно считать Г-образную согласующую структуру из двух элементов.

В нашем случае в виде первого элемента введем параллельную емкость (нажимаем на Shunt C). Двигая перекрестие курсора по появившейся полуокружности, достигаем точку, при которой входное сопротивление достигает значении 1 (в нормированном виде, т.е. 37 Ом в разнормированном виде).

Нажатие на точке на электронной диаграмме Смита тут же дополняет схему в окне **Schematic** и в таблице данных **Data Point**. На схеме появляется символ параллельного элемента и его значение. Далее выбираем последовательную индуктивность и доводим курсор до центра электронной диаграммы Смита.
Отметим однако, что на этом последнем этапе нужно разбить последовательный элемент так, чтобы он состоял из последовательной емкости 0.23 пФ (емкость, присущая чипу) и искомой индуктивности 157 нГ.

Электронная диаграмма Смита, кроме этого, может обрабатывать данные, рассчитанные или измеренные с помощью измерительных приборов, устройств, или полученные на других программах.

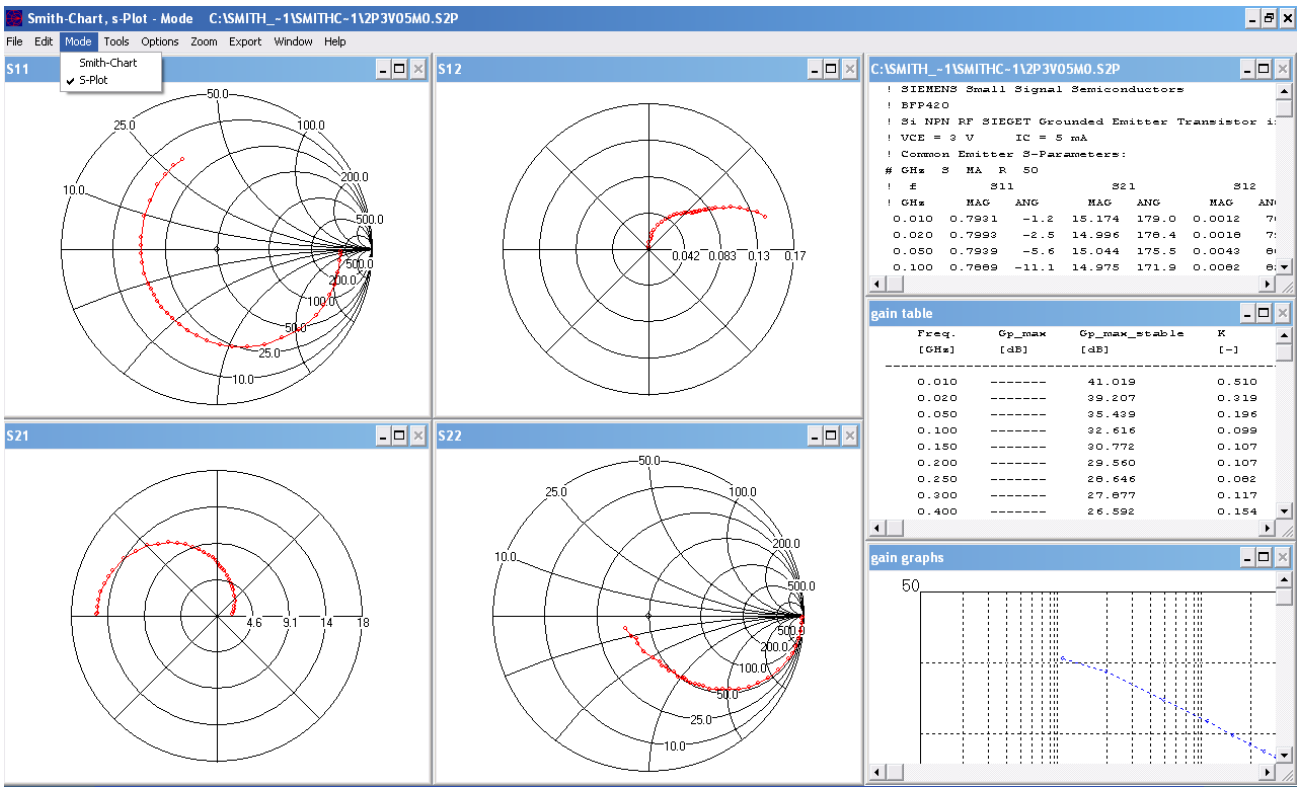


Рис. B.10. Интерфейс электронной диаграммы Смита в режиме « S-Plot»

Для такого расчета в интерфейсе программы Smith Chart выбирается режим 'S-Plot' в меню 'Mode'.(рис. B10). Затем загрузите файл с S-параметрами четырехполюсника с помощью браузера в формате Touchstone (обычно с расширением *.s2p).

Параметры S11 и S22 наносятся на импедансной диаграмме Смита, а параметры S12 и S21 в полярной системе координат. После ввода S-параметров, в окнах выводятся таблица данных, рассчитанные параметры Gp max (максимальный коэффициент передачи по мощности), Gp max stabil (максимальный стабильный коэффициент передачи по мощности MSG), коэффициент устойчивости K и частотные зависимости Gp max (для K>=1) и Gp max stabil (для K<1). В конце файла данных могут быть добавлены шумовые параметры.

Электронная диаграмма Смита, с помощью которой обрабатываются измеренные сигнальные и шумовые параметры, прилагается в настоящее время к каждому современному прибору (например AppCAD фирмы Agilent, рис. B11).

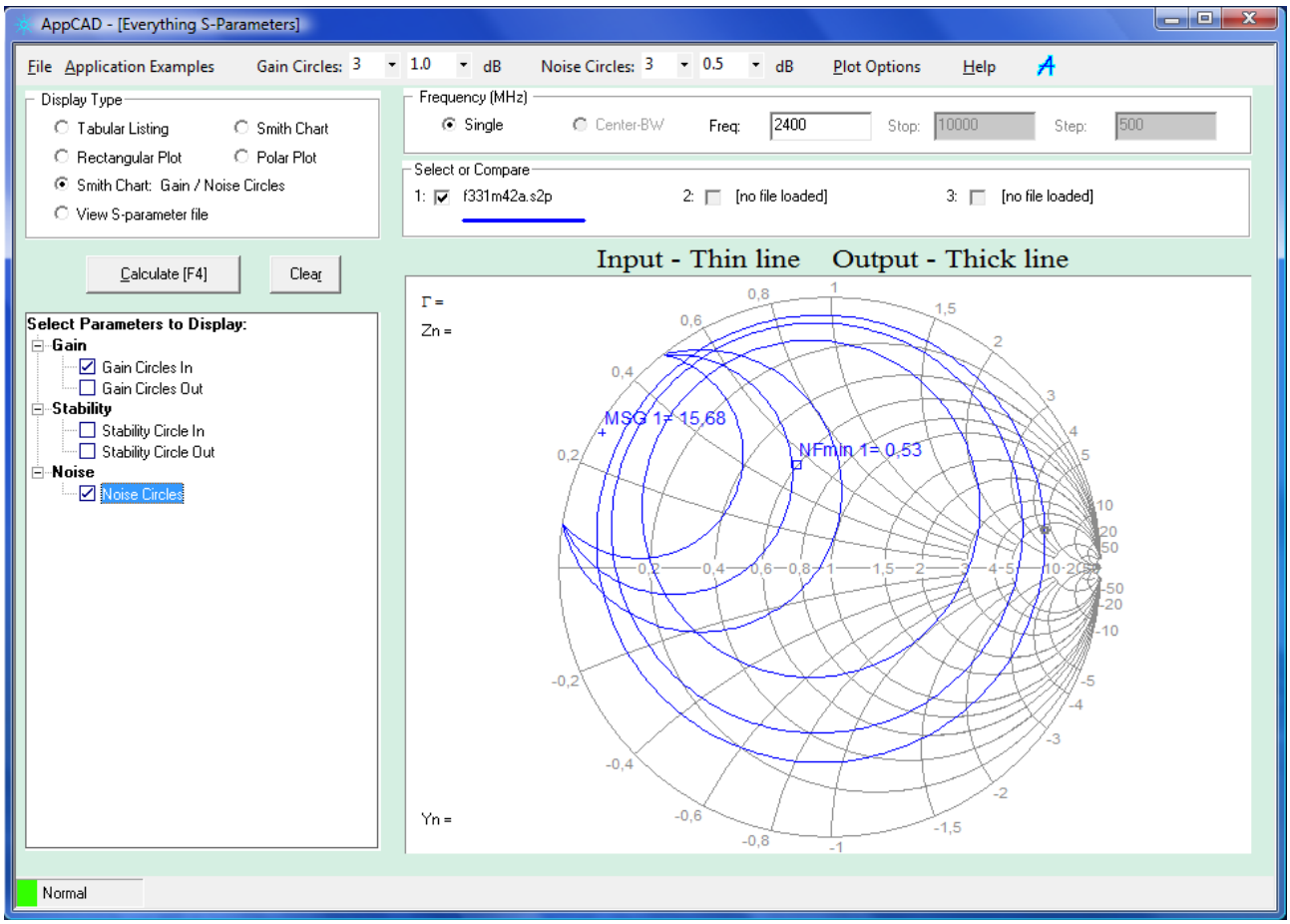


Рис. B11. Интерфейс программы AppCAD, с электронной диаграммой Смита

В предлагаемом задачнике рассматриваются вопросы проектирования транзисторных СВЧ усилителей, моделирование которых начинается в первую очередь с задания S-параметров, шумовых параметров и параметров, оценивающих нелинейные свойства, такие, как мощность насыщения по сжатию усиления на 1 дБ. Выполнение анализа параметров активных элементов на диаграмме Смита позволяет выявить потенциальные характеристики каскада на этом транзисторе. Всего в сборнике находятся 50 задач, из них больше половины имеет полное исчерпывающее решение. Основная литература, которая рекомендуется, это книга Р. Карсона «Высокочастотные усилители» изданная в переводе в 1991 году. Книга Ф. Смита «Круговые диаграммы в радиоэлектронике», «Связь» М., 1976 г. Фундаментальной книгой является книга G.Gonzales “Microwave Transistor Amplifiers”N.-Y., 506 pp. К сожалению, эта английская книга является редкостью в России. Определенная часть задач была взята из этих источников. Другая часть задач состоит из предлагаемых на зачётах и экзаменах МЭИ. Надеемся, что основная часть примеров в настоящем пособии, которая приведена с решениями и пояснениями, поможет для освоения студентами этой трудной дисциплины. В процессе решения рекомендуется выполнить решение с помощью приводимых формул, а также повторить решение с помощью электронной диаграммы Смита.

1. Диаграмма Смита

Задача 1.1

Показать на диаграмме Смита точки, соответствующие следующим нормированным импедансам и адмитансам:

$$z_1 = 1 + j1, \quad z_2 = 0.4 + j0.5, \quad z_3 = 3 - j3, \quad z_4 = 0.2 - j0.6, \quad z_5 = 0$$

$$y_1 = 1 + j1, \quad y_2 = 0.4 + j0.5, \quad y_3 = 2 - j1.4, \quad y_4 = 0.5 - j0.2, \quad y_5 = \infty$$

Решение

Величины z и y показаны на рис. 1.1. Диаграмма Смита на рис. 1.1 обычно используется как Z диаграмма Смита (рис. 1.1), или как Y диаграмма Смита (рис. 1.2).

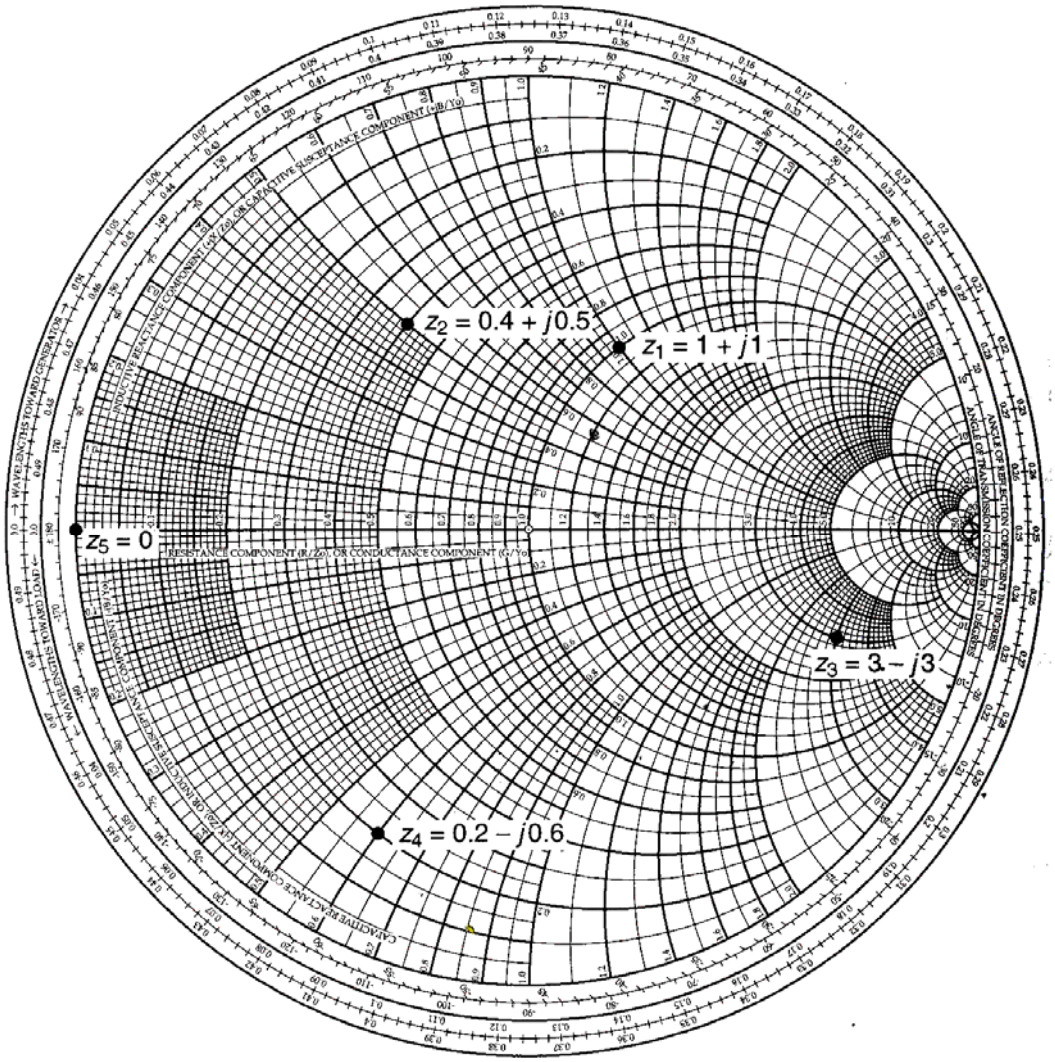


Рис. 1.1. Z диаграмма Смита с указанными в задаче импедансами

Преобразование нормированного импеданса z в нормированную проводимость y может быть легко выполнено на диаграмме Смита, поскольку

$$z = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \tag{1.1}$$

и

$$y = \frac{1}{z} = \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} \tag{1.2}$$

откуда видно, что при вращении Γ на угол $e^{j\pi}$ мы получаем новую величину z (обозначаемую z') равную

$$z' = \frac{1+\Gamma e^{j\pi}}{1-\Gamma e^{j\pi}} = \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} \tag{1.3}$$

что идентично величине проводимости y. Другими словами, численная величина импеданса z' равна величине адмитанса $y = 1/z$.

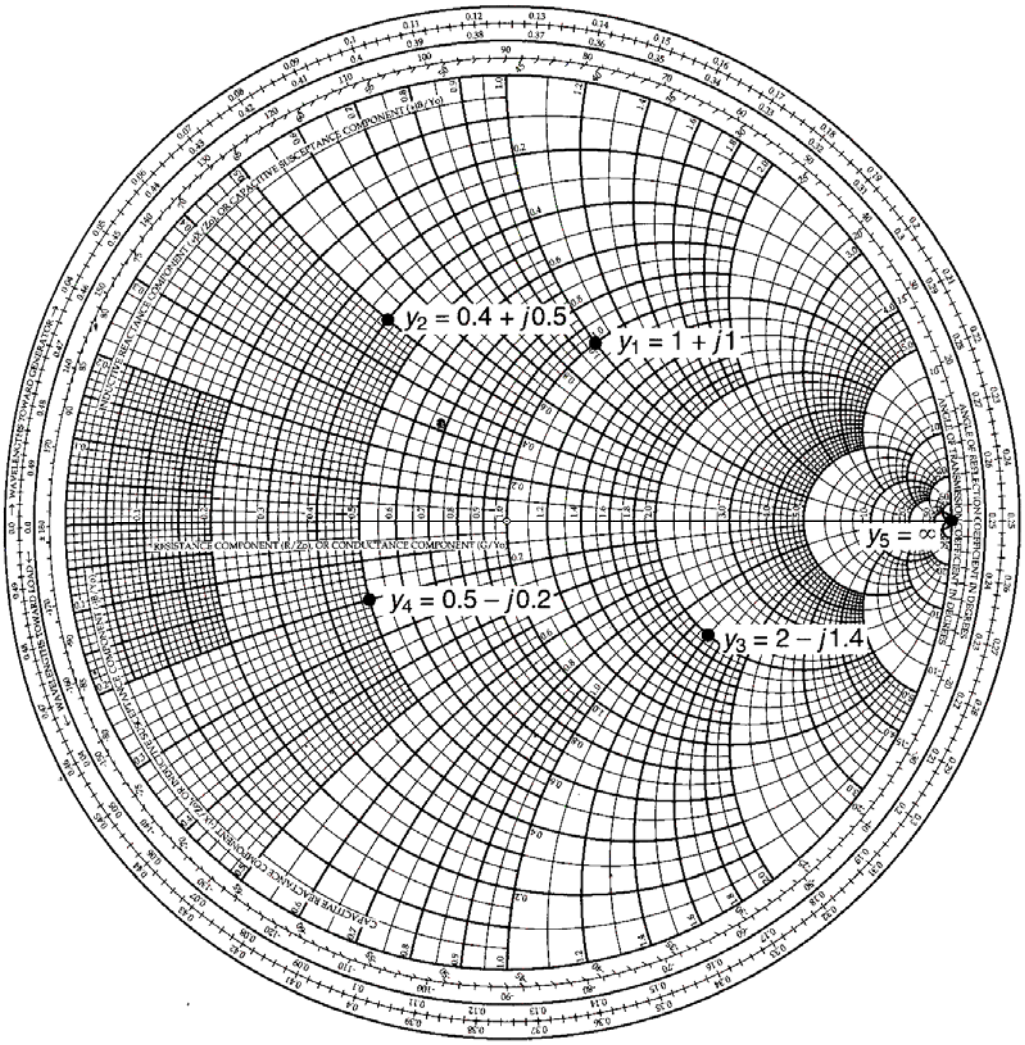


Рис. 1.2. Y-диаграмма Смита с указанными точками адмитанса

Задача 1.2

Найти адмитанс *y*, соответствующий импедансу *z = 1 + j1*, используя диаграмму Смита.

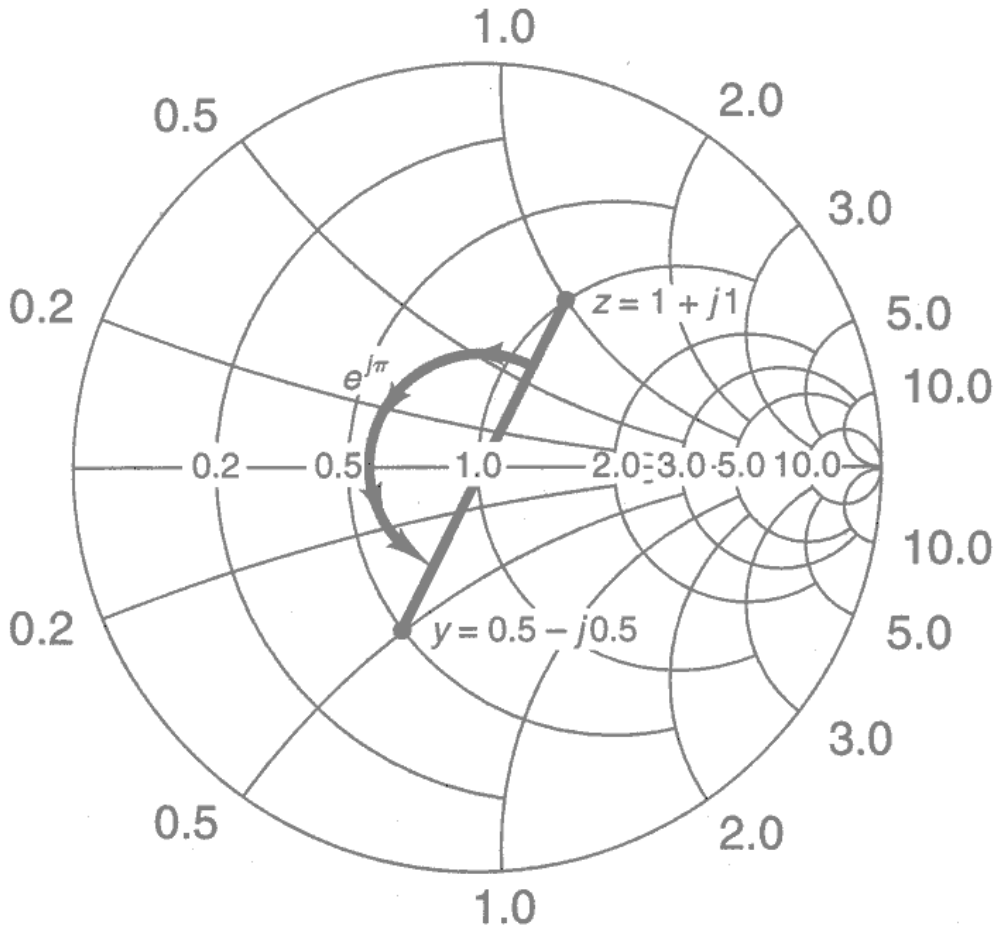


Рис. 1.3. Преобразование величины z в величину y на диаграмме Смита

Решение. Поместим точку *z = 1 + j1* на рис. 1.3. Пересчитаем *z* в величину Γ. Вращая Γ на угол 180° (т.е. $e^{j\pi}$), рассмотрим результат в точке *z'*, численное значение которой равно *y*. Эта величина *y* читается как 0.5 - *j0.5,* что согласуется с расчетом:

$$y = \frac{1}{z} = \frac{1}{1 + j1} = 0.5 - j0.5 \qquad (1.4)$$

Импедансы, имеющие отрицательную реальную часть имеют модуль коэффициента отражения, больший единицы. Эти импедансы, таким образом, находятся вне диаграммы Смита. Рис. 1.4 показывает сжатую *диаграмму Смита,* которая включает диаграмму Смита (т.е. $|\Gamma| \le 1$) плюс часть области с отрицательным импедансом.

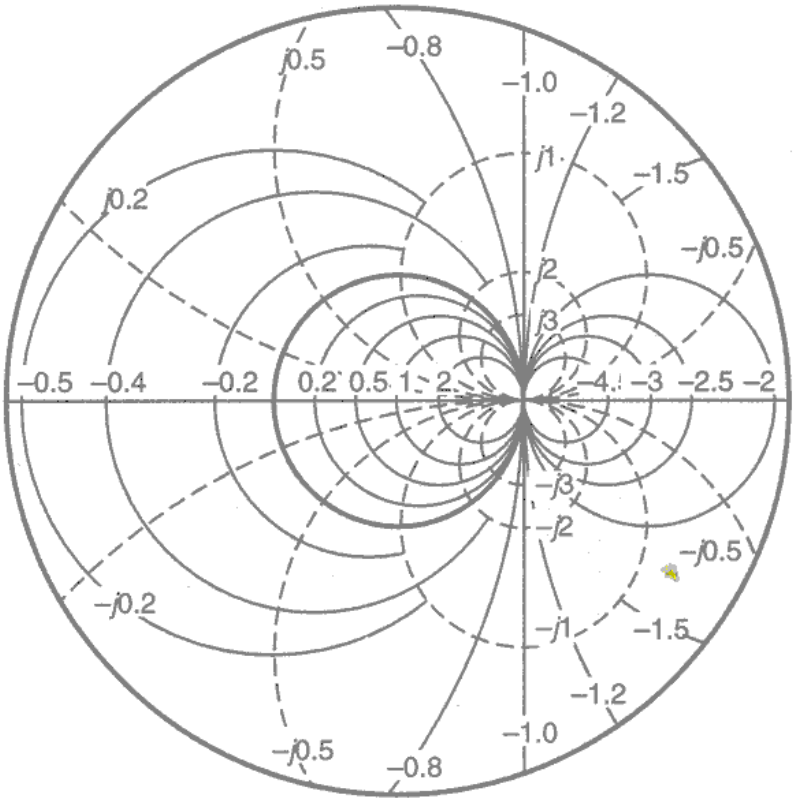


Рис. 1.4. Сжатая диаграмма Смита (заштрихована обычная диаграмма Смита)

Другой путь получения отрицательных сопротивлений (т.е. $|\Gamma| > 1$) состоит в нанесении на диаграмму Смита величины $1/\Gamma$ и прочтением величин сопротивлений как отрицательных и реактанса по отмеченной окружности.

Задача 1.3

Найти импеданс, при котором коэффициент отражения равен $\Gamma = 2.236\angle 26.56°$.

Решение. Если на диаграмму Смита, показанную на рис. 1.5, наносится величина

$$\frac{1}{\Gamma^*} = 0.447\angle 26.56^0 \qquad (1.5)$$

то в результате по диаграмме Смита получаем нормированный импеданс $z = -2 + j1$. Теперь можно сделать проверку расчета:

$$\Gamma = \frac{-2 + j1 - 1}{-2 + j1 + 1} = 2.236\angle 26.56^0$$

Правила использования диаграммы Смита для расчета линии передачи следует из выражений

$$\Gamma_{IN}(d) = \Gamma_o e^{-j2\beta d}$$

$$Z_{IN}(d) = \frac{V(d)}{I(d)} = Z_o \frac{e^{j\beta d} + \Gamma_o e^{-j\beta d}}{e^{j\beta d} - \Gamma_o e^{-j\beta d}}$$

$$\Gamma_o = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o}$$

С учетом нормировки $z = Z_L/Z_o$, можем записать эти уравнения в удобной форме

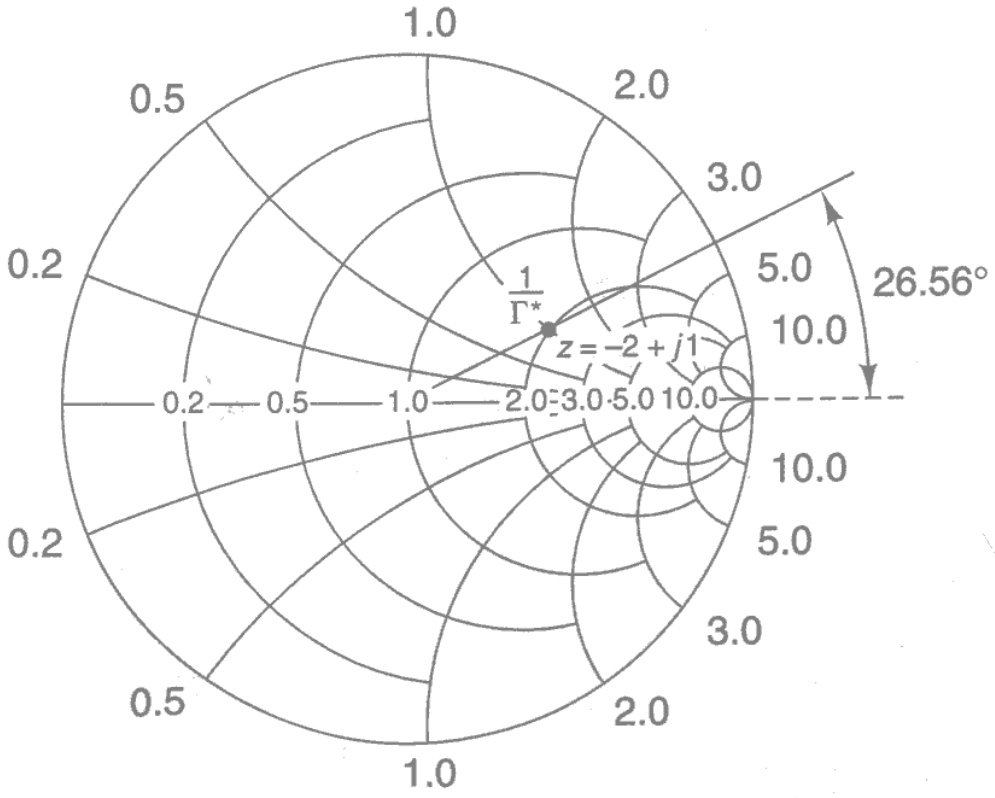


Рис. 1.5. Отрицательные сопротивления на диаграмме Смита

$$\Gamma_0 = \frac{z-1}{z+1} \tag{1.6}$$

Коэффициент отражения на входе линии

$$\Gamma_{IN}(d) = \Gamma_0 e^{-j2\beta d} \tag{1.7}$$

Импеданс на входе линии

$$z_{IN}(d) = \frac{1+\Gamma_{IN}(d)}{1-\Gamma_{IN}(d)} \tag{1.8}$$

Задача 1.4

Найти входной импеданс, коэффициент отражения от нагрузки и КСВН в линии передачи с фазовой длиной 45°, характеристическим импедансом 50 ом, и нагруженной на $Z_L = 50 + j50$ ом (рис. 1.6).

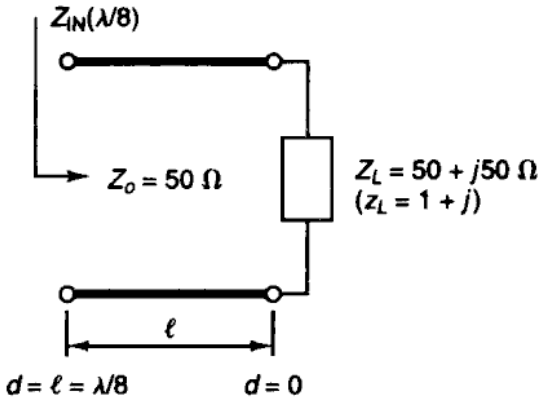


Рис. 1.6. Отрезок длинной линии с характеристическим сопротивлением 50 ом

Решение. В линии, показанной на рис. 1.6, где $z_L = \dfrac{Z_L}{Z_0} = 1 + j1$ и $\beta d = 2\pi \dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{\pi}{4}$ или $d = \lambda/8 = 0.125\lambda$. На диаграмме Смита расположим точку $z_L = 1 + j1$, и увидим вектор, представляющий Γ_0. Для того чтобы найти Z_{IN}, вращаем вектор Γ постоянной длины на величину -90° (т.е., $-2\beta d$) *m. e.*, от 63.4° к -26.6°. Тогда входной импеданс читается прямо на диаграмме Смита как $z_{IN} = 2 - j1$ или $Z_{IN}(\lambda/8) = 100 - j50$ ом.

Ранее сделанные расчеты могут также быть выполнены, используя шкалу длин волн (на внешней стороне окружности) диаграммы Смита. Входной импеданс рассчитывается на расстоянии $d = 0.125\lambda$ от нагрузки. Из рис. 1.7, при z_L мы получаем на внешней окружности «wavelengths toward generator» величину 0.162λ.

Эта величина связана с положением нагрузки. Затем добавим 0.125λ для получения $0.162\lambda + 0.125\lambda = 0.287\lambda$. Что есть, мы вращаем вперед к генератору вход линии на расстояние d = 0.125 λ вдоль окружности с постоянным $|\Gamma|$ для достижения входа линии, которая находится на $0{,}287\lambda$. Итак, z_{IN} читается из *д*иаграммы Смита, равная $z = 2 - j1$ или $100 - j50$ ом.

Величина и фаза Γ_0 читается как показано на рис. 1.7. Отметим линейную шкалу для модуля коэффициента отражения. Расстояние от центра диаграммы Смита к точке z_L может быть измерено линейкой или с помощью шкалы на диаграмме Смита. Результирующее значение Γ_0 дается $\Gamma_0 = 0.447\angle 63.4^0$.

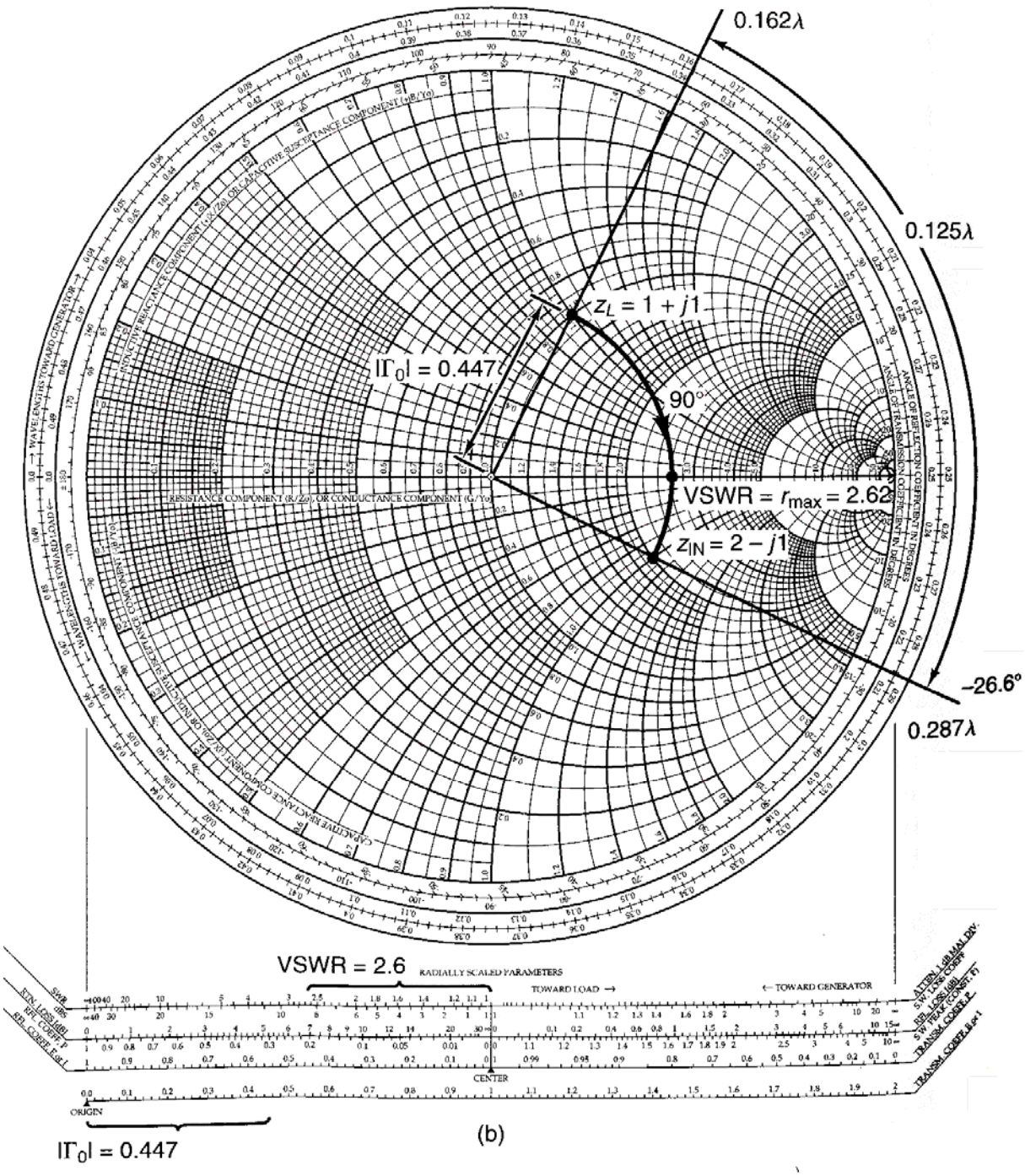


Рис. 1.7. Пересчет нагрузки ко входному сопротивлению

Окончательно КСВН (VSWR) может быть рассчитано по Γ_o, или по расстоянию от центра диаграммы Смита к Z_L может быть переведено в значение VSWR (рис. 1.7). Эта величина равна 2.62. Также можно показать, что величина максимального сопротивления в линии равна численно равно величине $КСВН$. Эта величина показана на рис. 1.7 как $КСВН = r_{\max} = 2.62$.

Задача 1.5

(a). Определить длину l короткозамкнутого шлейфа с волновым сопротивлением 50 ом (рис. 1.8) при условии, что входной импеданс равен $Z_{IN}(l) = j100$ ом.

(b). Определите длину l разомкнутой 50 омной линии передачи, показанной на рис. 1.9 при условии, что входной импеданс равен $Z_{IN}(l) = j100$ ом.

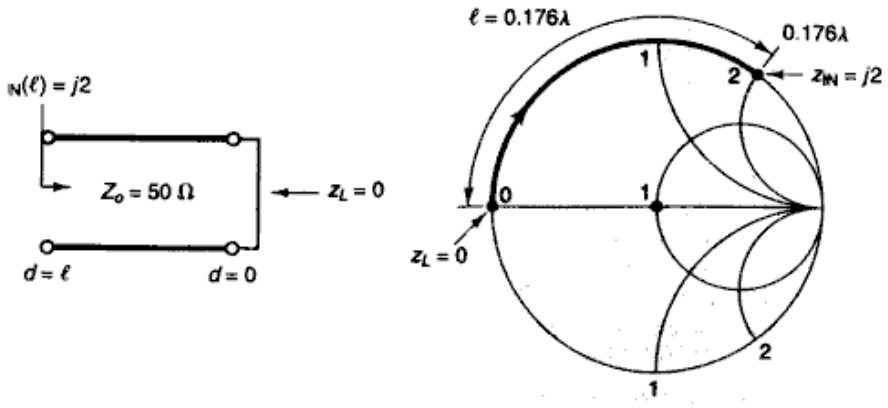


Рис 1.8. Схема шлейфа и диаграмма Смита для примера 1.5(а)

Решение. (a). В короткозамкнутой линии передачи, $z_L = 0$. Из рис. 1.8, длина l требуемая для трансформации импеданса нагрузки $z_L = 0$ ко входному импедансу $z_{IN}(l) = j100/50 = j2$, равна $l = 0.176\lambda$. Заметим, что в случае короткозамкнутой линии движение выполняется вдоль края диаграммы (поскольку $|\Gamma| = 1$ в короткозамкнутой линии). Эта длина должна быть рассчитана также, используя $Z_{sc}(d) = jZ_o tg\beta d$. Так что,

$$Z_{IN}(l) = j100 = j50tg\beta l,$$

что дает $\beta l = 2$ или $\beta l = 63.43^0 = 0.352\pi$. Тогда $l = \dfrac{0.352\pi\lambda}{2\pi} = 0.176\lambda$.

(b). В разомкнутой линии передачи (рис. 1.9) $z_L = \infty$. Таким образом, из рис. 1.9 длина l равна 0.426λ [так как $(0.5\lambda - 0.25\lambda) + 0.176\lambda = 0.426\lambda$].

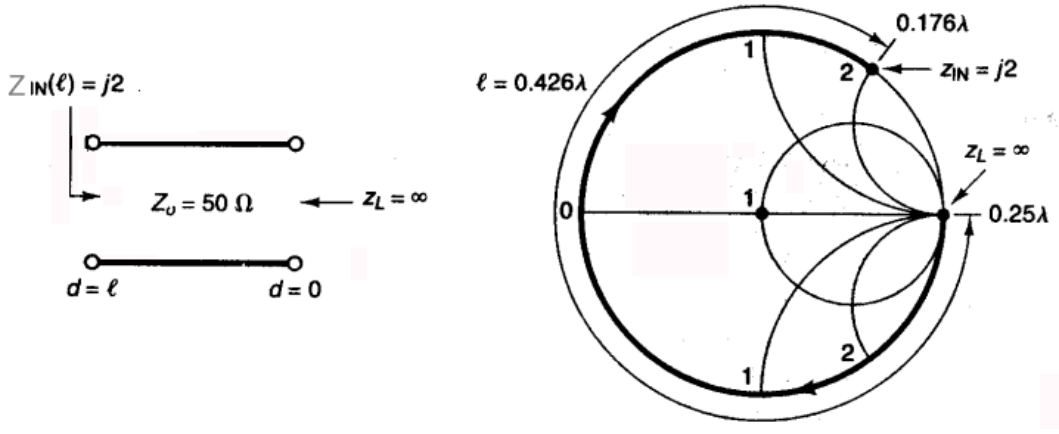


Рис. 1.9. Использование диаграммы Смита для примера 1.5 (b)

Задача 1.6

(a). Определить входной импеданс короткозамкнутого отрезка линии имеющей длину $\lambda/8$ и $Y_0 = 1/Z_0 = 20$ мСм (рис. 1.10).

(b). Определить входную проводимость разомкнутого отрезка линии с длиной $\lambda/8$ и $Y_0 = 1/Z_0 = 20$ мСм (рис. 1.11).

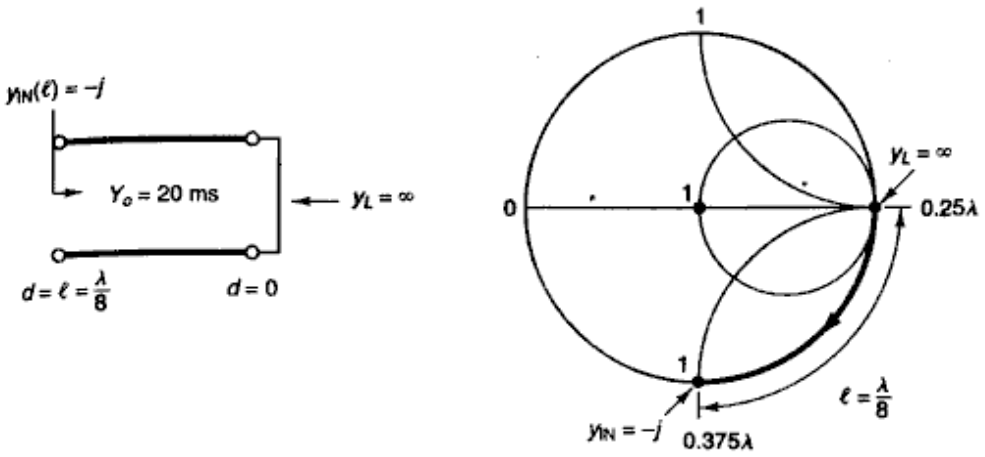


Рис. 1.10. Схема шлейфа и диаграмма Смита примера 1.6

Решение. (a). Для короткозамкнутой линии, импеданс нагрузки равен $y_L = \infty$. Нанесите y_L НА Y диаграмму Смита как показано на рис. 1.10 и вращается вдоль линии окружности постоянной gamma $|\Gamma| = 1$ на расстояние $l = \lambda/8$, мы получаем $y_{IN}(l) = -j$ или

$$Y_{IN}(l) = y_{IN}(l)Y_0 = -j\left(20 \times 10^{-3}\right) = -j20 \text{ мСм}$$

а входной импеданс равен $Z_{IN}(l) = 1/Y_{IN}(l) = j50$ ом

(b) В разомкнутой линии, адмитанс нагрузки равен $y_L = 0$. Таким образом, как можно показать на рис. 1.11, при $l = \lambda/8$ мы получаем $y_{IN}(l) = j$ или

$$Y_{IN}(l) = y_{IN}(l)Y_0 = j\left(20 \times 10^{-3}\right) = j20 \text{ мСм}$$

а входной импеданс равен $Z_{IN}(l) = 1/Y_{IN}(l) = -j50$ ом.

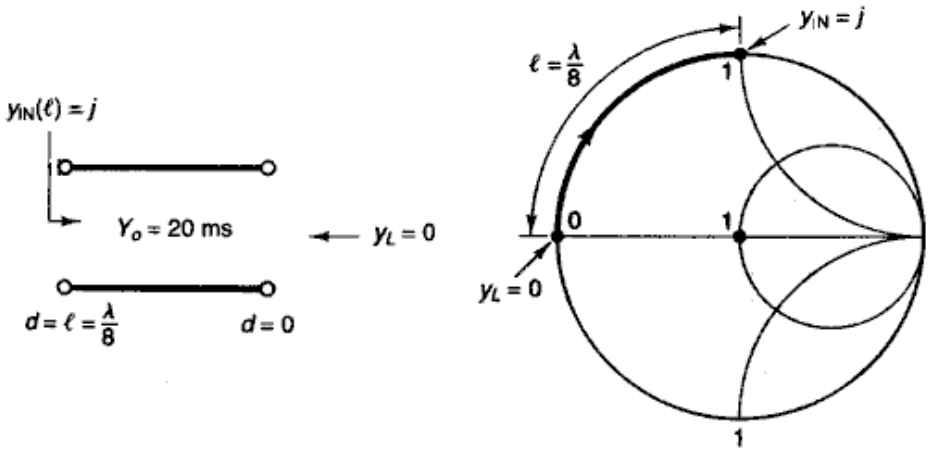


Рис. 1.11. Схема для примера 1.6 (b)

Задача 1.7

Решите пример 1.4, используя *Y* диаграмму Смита.

Решение. Используя рис. 1.6, видим, что адмитанс, связанный с нагрузкой $z_L = Z_L / Z_0 = 1 + j1$ можно получить при вращении Γ_0 на 180° на рис. 1.7, чтобы получить $y_L = 0.5 - j0.5$. Нагрузка y_L показана на рис. 1.12. При соединении y_L с центром диаграммы Смита, на шкале «длина волны к генератору» читаем 0.412λ. Добавляя 0.125λ к 0.412λ, результаты на входе будут размещены при 0.537λ. Поскольку шкала длины волны повторяется каждые $\lambda/2$, отсюда следует, что 0.537λ равно $0{,}037\lambda$.

Движение от y_L к $y_{IN}(\lambda/8)$ по окружности равного $|\Gamma|$, показано на рис. 1.12. Величина $y_{IN}(l)$ читается из *Y* диаграммы Смита и равна $0.4 + j0.2$, или $Y_{IN}(l) = (8 + j4)$ мСм.

По сравнению с решением задачи 1.4, мы видим, что $y_{IN}(l) = 0.4 + j0.2$ См - это адмитанс, связанный выражением $z_{IN}(l) = 1/y_{IN}(l) = 2 - j1$, и таким образом $Z_{IN}(l) = 100 - j50$ Ом**,** как и ожидалось.

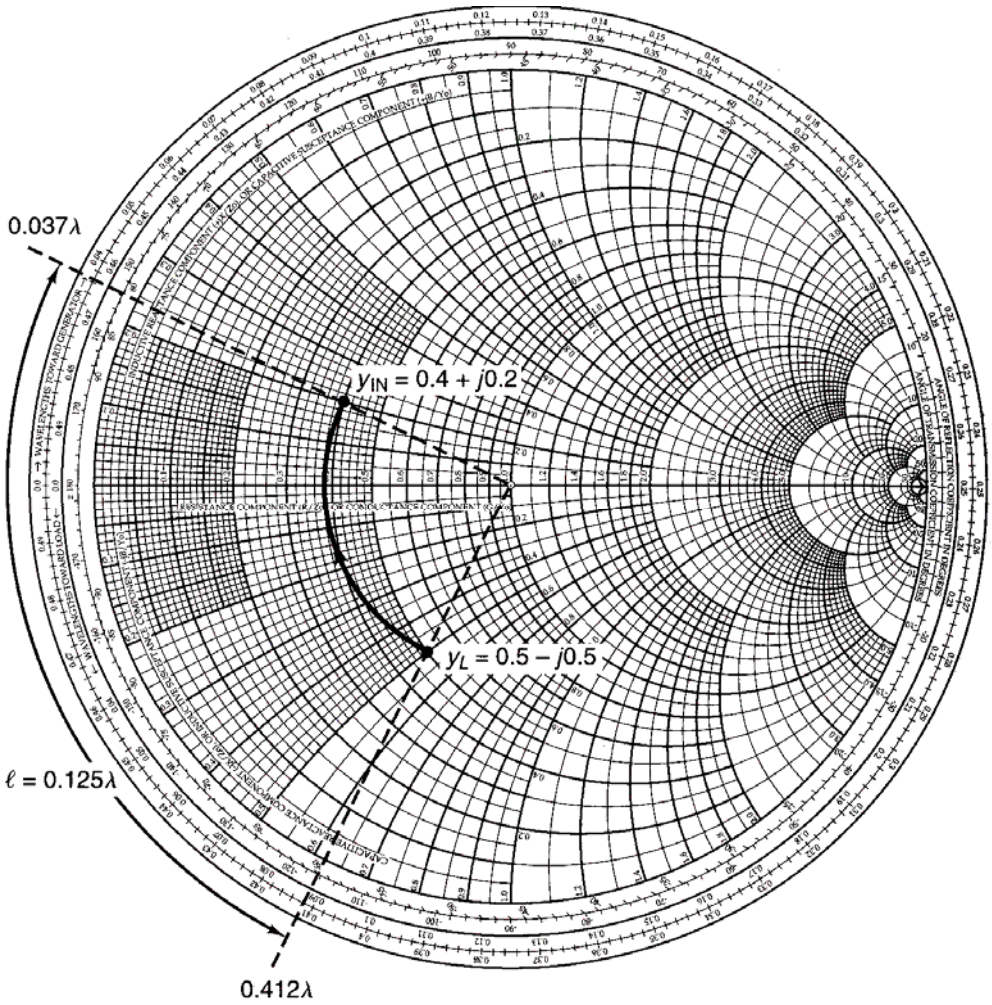


Рис. 1.12. Диаграмма Смита

В заключении этого раздела отметим, что все приведенные задачи удобно и эффективно можно решить, используя электронную диаграмму Смита.

2. Длинные линии и описание их S-параметрами

Каждая точка на диаграмме Смита соответствует комплексному импедансу. Элемент согласующей или трансформирующей цепи сдвигает входной импеданс в новую точку. На этой операции основаны многие расчеты на диаграмме Смита. В данном разделе показываются преобразования, связанные с напряжениями и мощностями в сечениях радиотракта.

Задача 2.1

(a). Найти коэффициент отражения, входной импеданс и КСВН на входе линии передачи, включенной, как показано на рис. 2.1. Длина отрезка линии передачи равна $\lambda/8$, а характеристический импеданс линии передачи равен 50 Ом.

(b). Рассчитать напряжение *V(λ/8),* ток *I(λ/8),* мощность *P(λ/8), V(0), I(0)* и *P(0),* где в скобках указаны координаты относительно точки *d=0* (рис. 2.1).

(c). Найти физическую длину в сантиметрах, для отрезка линии передачи $\lambda/8$ на частоте $f = 1$ ГГц.

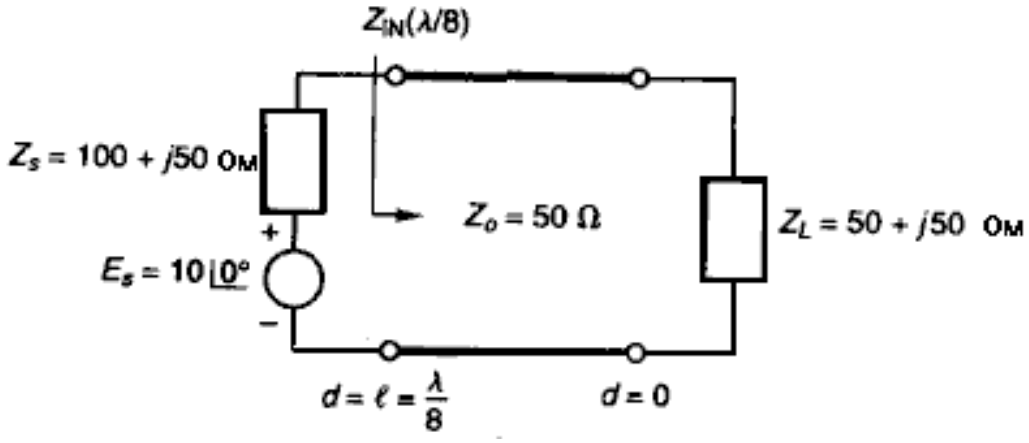


Рис. 2.1. Схема трансформации ZL в Zin с помощью линии передачи

Решение

(a). Поскольку длина линии равна $l = \lambda/8$, то это значит, что фазовая длина линии равна $\beta l = \pi/4$ (или 45°). Тогда коэффициент отражения в сечении нагрузки (рис. 2.1)

$$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{(50 + j50) - 50}{(50 + j50) + 50} = 0.447\angle 63.44^\circ \quad (2.1)$$

Входной импеданс при длине линии $d = \lambda/8$ (рис. 2.1) равен

[2] В пособии используется обозначение комплексных величин в виде модуля и угла

$$Z_{IN}(\lambda/8) = Z_o \frac{Z_L + jZ_o tg\beta l}{Z_o + jZ_L tg\beta l} = 50\left[\frac{(50+j50)+j50tg45°}{50+j(50+j50)tg45°}\right] = 100 - j50 \text{ Ом.} \qquad (2.2)$$

С учетом полученного по (2.1) коэффициента отражения, $|\Gamma_o| = 0.447$, и коэффициент стоячей волны КСВН в линии равен

$$KCBH = \frac{1+0.447}{1-0.447} = 2.62 \qquad (2.3)$$

(b). Эквивалентная схема в сечении линии $d = \lambda/8$ показана на рис. 2.2. Для заданной величины импеданса генератора Z_S, мощность, поглощаемая нагрузкой $Z_{IN}(\lambda/8)$, максимальная (поскольку $Z_{IN}(\lambda/8) = Z_S^*$).

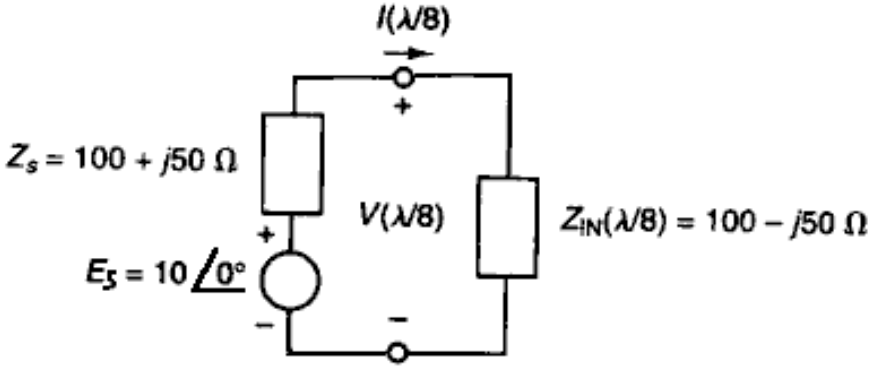


Рис. 2.2. Эквивалентная схема при d=λ/8

Поскольку линия без потерь, мощность, поступаемая на вход линии, равна мощности, поступаемой в нагрузку Z_{IN}, и тогда напряжение $V(\lambda/8)$ равно

$$V(\lambda/8) = \frac{E_S Z_{IN}}{Z_{IN} + Z_S} = \frac{10\angle 0°(100 - j50)}{100 - j50 + 100 + j50} = 5.59\angle -26.57° \text{ В} \qquad (2.4)$$

и ток $I(\lambda/8)$

$$I(\lambda/8) = \frac{E_S}{Z_{IN}(\lambda/8) + Z_S} = \frac{10\angle 0^0}{200} = 0.05 \qquad \text{А} \qquad (2.5)$$

Входная мощность $P(\lambda/8)$ может быть рассчитана, используя формулу

$$P(\lambda/8) = \text{Re}\left[V_{rms}(\lambda/8) I^*_{rms}(\lambda/8)\right] = \frac{1}{2}\text{Re}\left[V(\lambda/8) I^*(\lambda/8)\right] = \frac{1}{2}\text{Re}\left[(5.59\angle -26.57^0)\cdot(0.05)\right] = 0.125 \qquad \text{Вт}$$

(2.6),

где используется тот факт, что для синусоидальных сигналов среднеквадратичное значение (rms) сигнала и его пиковое значение соотносятся как $\sqrt{2}$. Итак,

$$V_{rms}\left(\lambda/8\right)=\frac{V\left(\lambda/8\right)}{\sqrt{2}} \tag{2.7}$$

и

$$I_{rms}\left(\lambda/8\right)=\frac{I\left(\lambda/8\right)}{\sqrt{2}} \tag{2.8}$$

Для того чтобы рассчитать напряжение и ток в нагрузке, нужно рассчитать $V(d)$. Напряжение $V(d)$ рассчитывается по формуле (2.9), где комплексная амплитуда A_1 может быть найдена из граничного условия (2.4) при $d=\lambda/8$.

$$V\left(\lambda/8\right)=5.59\angle-26.57^0=A_1e^{j\pi/4}\left[1+(0.447\angle63.44^0)\cdot e^{-j\pi/2}\right] \tag{2.9}$$

откуда можно получить коэффициент A_1, равный

$$A_1=3.95\angle\text{-}63.44°$$

Таким образом,

$$\begin{aligned}V(d)&=(3.95\angle-63.44^0)\cdot e^{j\beta d}\cdot\left[1+(0.447\angle63.44^0)e^{-j2\beta d}\right]=\\&(3.95\angle-63.44^0)\cdot e^{j\beta d}+1.77e^{--j\beta d}\end{aligned} \tag{2.10}$$

дает величину напряжения в любой точке вдоль линии передачи. На нагрузочном конце (т.е. при $d=0$) получаем

$$V(0)=3.95\angle-63.44^0+1.77=5\angle-45^o \quad \text{В.}$$

Ток в нагрузке, следовательно, равен

$$I(0)=\frac{V(0)}{Z_L}=\frac{5\angle-45^0}{50+j50}=0.071\angle-90^o \ \text{А} \tag{2.11}.$$

Окончательно, мощность, поглощаемая в нагрузке, равна

$$P(0)=\text{Re}\left[V_{rms}(0)I_{rms}^*(0)\right]=\frac{1}{2}\text{Re}\left[V(0)I^*(0)\right]=\frac{1}{2}\text{Re}\left[(5\angle-45^0)\cdot\left(0.071\angle90^0\right)\right]=0.125 \ \text{Вт} \tag{2.12}$$

которая равна $P(\lambda/8)$, поскольку линия без потерь.

(c). Полагая, что скорость распространения волн равна скорости света, длина волны на частоте 1 ГГц равна

$$\lambda = \frac{V_p}{f} = \frac{3\times10^{10}}{10^9} = 30 \text{ см} \qquad (2.13)$$

Таким образом, длина линии передачи равна

$$l = \frac{\lambda}{8} = \frac{30}{8} = 3.75 \text{ см}$$

Задача 2.2

Рассчитать *S* параметры четырехполюсника (ЧП), включенного между линий с характеристическим сопротивлением Z_o:

(a) последовательного импеданса *Z* и

(b) параллельного адмитанса *Y* (рис. 2.3).

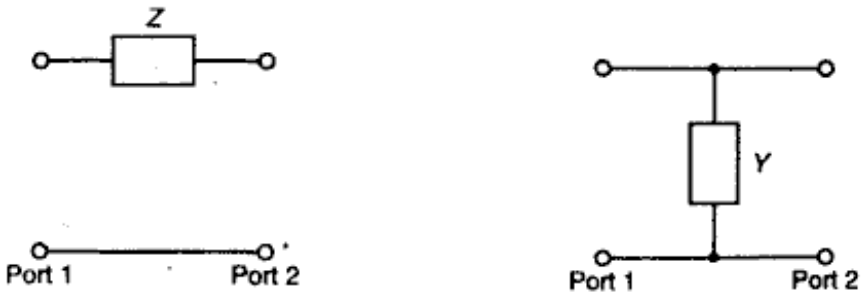


Рис. 2.3. Четырехполюсники в виде (a)последовательного импеданса Z и (b) параллельной проводимости Y

Решение (a). Четырехполюсник с последовательным импедансом показан на рис. 2.3, а схема, включенная в линии передачи с характеристическим сопротивлением Z_o, возбужденная источником E_1 с импедансом источника $Z_1 = Z_o$, и нагруженная на согласованный импеданс $Z_2 = Z_o$ показана на рис. 2.4 (т.е. в Z_o системе). Эквивалентная схема Тевенина показана на рис. 2.5.

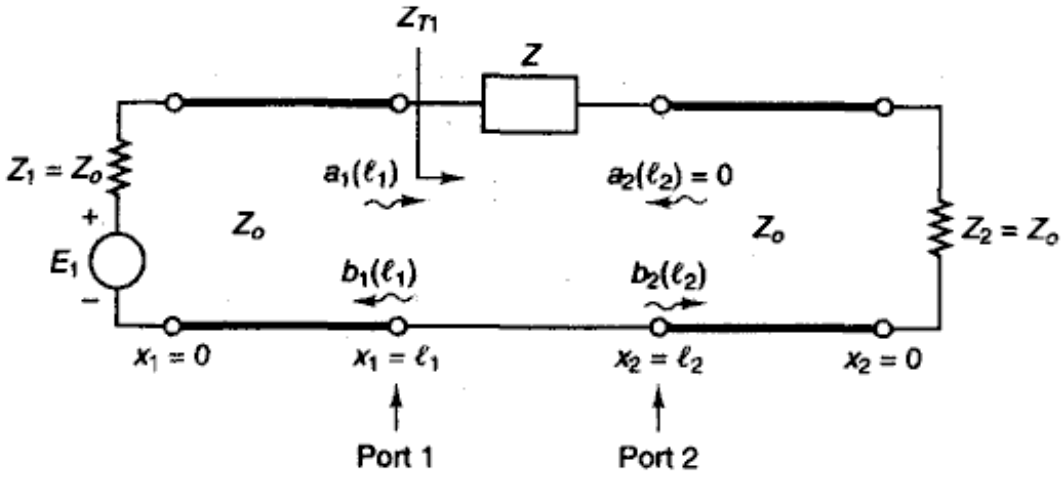


Рис.2.4. Включение последовательного импеданса в линию Z_o

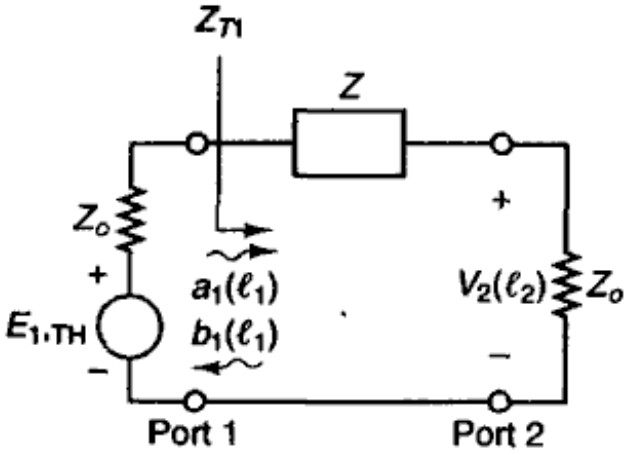


Рис. 2.5. Включение импеданса Z в длинную линию (схема Тевенина)

S - параметры рассчитываются в плоскости порта 1 и порта 2. Из определения S-параметров имеем, что

$$S_{11} = \left.\frac{b_1(l_1)}{a_1(l_1)}\right|_{a_2(l_2)=0} = \frac{Z_{T1} - Z_0}{Z_{T1} + Z_0} \qquad (2.14)$$

где из рис. 2.5 следует $Z_{TI} = Z + Z_o$. Таким образом,

$$S_{11} = \frac{Z}{Z + 2Z_0} \qquad (2.15)$$

Поскольку напряжение $V_2(l_2)$ определяется по формуле (см. рис. 2.5)

$$V_2(l_2) = \frac{E_{1,TH} Z_0}{Z + 2Z_0} \qquad (2.16)$$

получается [1] с учетом того, что $S_{21} = \frac{2\sqrt{Z_{o1}}}{\sqrt{Z_{o2}}} \frac{V_2(l_2)}{E_{1,TH}}$ (при $Z_{01} = Z_{02} = Z_0$), что

$$S_{21} = \frac{2V_2(l_2)}{E_{1,TH}} = \frac{2Z_0}{Z + 2Z_0} \qquad (2.17)$$

Из-за симметрии, имеем $S_{22} = S_{11}$ и $S_{21} = S_{12}$.

Если четырехполюсник содержит последовательную индуктивность с $Z = j100$ ом, тогда в системе 50 ом (т.е. с Zo = *50* ом*)* следует, что *S* параметры последовательной индуктивности из (2.15) и (2.17) равны

$$[S] = \begin{pmatrix} 0.707\angle 45° & 0.707\angle -45° \\ 0.707\angle -45° & 0.707\angle 45° \end{pmatrix}$$

(b). Четырехполюсник с параллельным адмитансом показан на рис. 2.3, а включенный в линии, показан на рис. 2.6. Эквивалентная схема Тевенина показана на рис. 2.7.

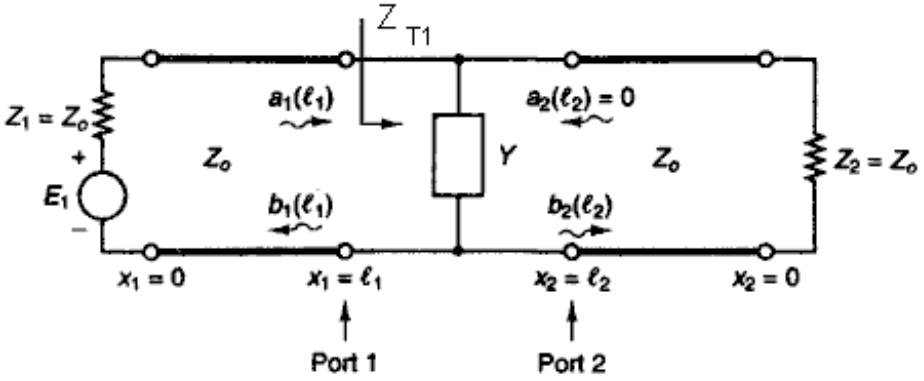


Рис. 2.6. Четырехполюсник *с источником на входе и нагрузкой на нормализованный импеданс* $Z_2 = Z_0$

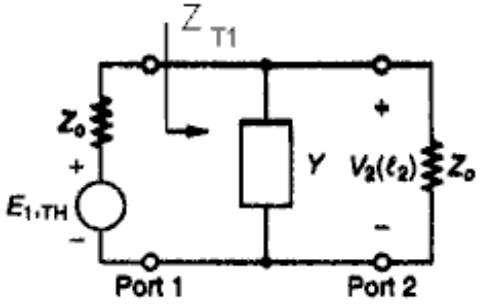


Рис. 2.7. Схема Тевенина для четырехполюсника, содержащего параллельный адмитанс Y

В этом случае Z_{T1} есть параллельное соединение

$$Z_{T1} = \frac{1}{Y} \Big\| Z_0 = \frac{Z_0}{1 + Z_0 Y} \qquad (2.18)$$

Из определения S_{11} параметра,

$$S_{11} = \frac{Z_{T1} - Z_0}{Z_{T1} + Z_0} = \frac{-Z_0 Y}{2 + Z_0 Y} \qquad (2.19)$$

Поскольку из рис. 2.7

$$V_2(l_2) = \frac{E_{1,TH} Z_{T1}}{Z_{T1} + Z_0} = \frac{E_{1,TH}}{2 + Z_0 Y} \qquad (2.20)$$

из определения $S_{21} = \frac{2\sqrt{Z_{o1}}}{\sqrt{Z_{o2}}} \frac{V_2(l_2)}{E_{1,TH}}$ получим, что

$$S_{21} = \frac{2V_2(l_2)}{E_{1,TH}} = \frac{2}{2 + Z_0 Y} \qquad (2.21)$$

Из симметрии имеем $S_{22} = S_{11}$ и $S_{21} = S_{12}$.

Если четырехполюсник состоит из параллельного 100 омного резистора (т.е. Y = 1/100 = 10 мСм), тогда в 50 омной системе получается, что S параметры четырехполюсника параллельного резистора из (2.19) и (2.21) равны

$$[S] = \begin{pmatrix} -1/5 & 4/5 \\ 4/5 & -1/5 \end{pmatrix}$$

Задача 2.3

Рассчитайте S параметры короткозамкнутого шлейфа, показанного на рис.2.8. Это будут параметры двухпортовой схемы, имеющей два порта Port1 и Port2.

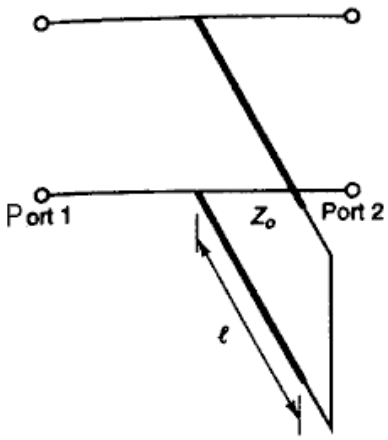


Рис. 2.8. Короткозамкнутый параллельный шлейф, включенный в линию

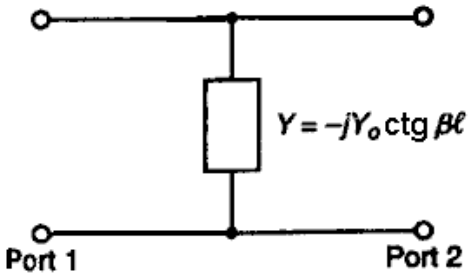


Рис. 2.9. Эквивалентная схема параллельного шлейфа, включенного в линию

Решение: Входной импеданс короткозамкнутого шлейфа длиной *l* обозначим $\mathbf{Z_{sc}}$ (l) = jZ_0 tgβl, где β - постоянная распространения. Тогда его входной адмитанс равен

$$Y = \frac{1}{Z_{sc}} = -jY_0 ctg\beta l \qquad (2.22)$$

где $Y_0 = 1/Z_0$.

Короткозамкнутый шлейф может быть заменен его эквивалентным параллельным адмитансом *Y,* как показано на рис. 2.9. Тогда, используя результаты примера 2.2, могут быть найдены *S*-параметры параллельного адмитанса на рис. 2.9 в Z_0 системе. Из определения S-параметров мы получаем

$$S_{11} = S_{22} = \frac{-Z_0 Y}{2 + Z_0 Y} = \frac{-1}{1 + j2tg\beta l} \qquad (2.23)$$

$$S_{21} = S_{12} = \frac{2}{2 + Z_0 Y} = \frac{2}{2 - j2ctg\beta l} \qquad (2.24)$$

Задача 2.4

Четырехполюсник, описанный своими S-параметрами, включен в тракт, как показано на рис. 2.10 (исходные данные указаны на рисунке):

(a). Найдите $Z_{IN}(0)$.

(b). Рассчитайте $a_1(0)$, $b_1(0)$, $a_1(\lambda/8)$, $b_1(\lambda/8)$, и $a_2(0)$.

(c). Рассчитайте $V_1(0)$, $V_1(\lambda/8)$, $I_1(0)$, and $I_1(\lambda/8)$.

(d). Рассчитайте среднюю входную мощность при $x_1 = 0$ и при $x_1 = \lambda/8$.

(e). Рассчитайте S_{11} при $x_1 = 0$ и $x_1 = \lambda/8$.

(f). Рассчитать КСВН на входе и выходе

(g). Если параметры рассеяния ЧП, рассчитанные при расстоянии $x_1 = x_2 = \lambda/8$ сдвига референсной плоскости (рис. 2.10), равны $S_{11} = 0.447\angle 63.4^0$, $S_{12} = 0.01\angle 40^0$, $S_{21} = 5\angle 135^0$ и $S_{22} = 0.6\angle 40^0$, рассчитайте мощность в нагрузке Z_2.

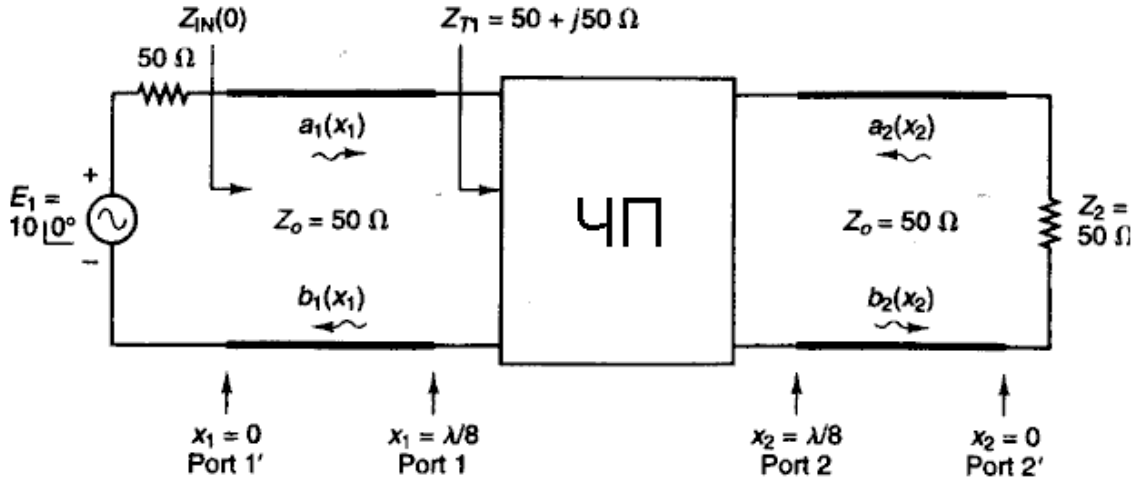


Рис. 2.10. Схема включения четырехполюсника

Решение:

(a). За исключением обозначений, расчет входного импеданса такой же, как и в примере 2.1. Тогда, подставляя $Z_{T1} = 50 + j50$ ом для Z_L в (2.2) входной импеданс при $x_1 = 0$ (что соответствует $d = \lambda/8$) равен

$$Z_{IN} = Z_{IN}(d)\big|_{d=\lambda/8} = 50\frac{(50 + j50) + j50tg45^0}{50 + j(50 + j50)tg45^0} = 100 - j50 \text{ ом.} \qquad (2.25)$$

(b). Поскольку при $x_1 = 0$ напряжение $V_1(0) = E_1 - Z_0 I_1 = 10\angle 0^0 - 50 I_1(0)$, то, по определению падающей волны следует, что

$$a_1(0) = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}}\left[V_1(0) + Z_0 I_1(0)\right] = \frac{1}{2\sqrt{50}}\left[10 - 50 I_1(0) + 50 I_1(0)\right] = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad (2.26)$$

Тогда, с учетом $l_1 = \lambda/8$ следует, что фазовая задержка $\theta_1 = \beta l_1 = \pi/4$ и

$$a_1(\lambda/8) = a_1(0) e^{-j\pi/4} = \frac{1}{\sqrt{2}}\angle -45^0 \qquad (2.27)$$

По определению отраженной волны

$$b_1(0) = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}}\left[V_1(0) - Z_0 I_1(0)\right] = \frac{1}{2\sqrt{50}}\left[10 - 50 I_1(0)\right] \qquad (2.28)$$

находим ток $I_1(0)$

$$I_1(0) = \frac{E_1}{50 + Z_{IN}(0)} = \frac{10}{50 + 100 - j50} = 0.063\angle 18.435^0 \quad \text{A} \qquad (2.29)$$

Подставляя (2.29) в (2.28) получаем

$$b_1(0) = \frac{1}{2\sqrt{50}}\left[10 - 2(50)0.063\angle 18.435^0\right] = 0.316\angle -26{,}57^0\Big]$$

Амплитуда отраженной волны $b_1(\lambda/8)$ получается

$$b_1(\lambda/8) = b_1(0) e^{j\pi/4} = 0.316\angle -26.57^0\left(1\angle 45^0\right) = 0.316\angle 18.43^0$$

По выходному порту линия согласована, следовательно $a_2(0) = 0$. Альтернативный путь расчета отраженной волны $b_1(\lambda/8)$ заключается в расчете непосредственно коэффициента отражения от входа четырехполюсника при

$x_1 = \lambda/8$. Т.к. выходная линия передачи согласована, то этот коэффициент отражения равен $S_{11} = \dfrac{Z_{T1} - Z_{01}}{Z_{T1} + Z_{01}}$:

$$S_{11} = \frac{Z_{T1} - 50}{Z_{T1} + 50} = \frac{(50 + j50) - 50}{(50 + j50) + 50} = 0.447\angle 3.43^0 \qquad (2.30)$$

Тогда

$$b_1(\lambda/8) = S_{11} a_1(\lambda/8) = \left(0.447\angle 63.43^0\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\angle -45^0\right) = 0.316\angle 18.43^0$$

(c). $V_1(0)$ может быть рассчитана несколькими способами. Можно использовать уравнение деления напряжения при $x_1 = 0$ чтобы получить

$$V_1(0) = \frac{E_1 Z_{IN}(0)}{50 + Z_{IN}(0)} = \frac{10(100 - 50j)}{50 + (100 - 50j)} = 7.07\angle -8.13^0 \quad \text{В} \qquad (2.31)$$

Ток $I_1(0)$ рассчитывается по (2.29). Тогда $V_1(0)$можно рассчитать как $V_1(0) = I_1(0) Z_{IN}(0)$. По другому $V_1(0)$ может быть рассчитано, используя амплитуды волн

$$v_1(0) = \frac{V_1(0)}{\sqrt{Z_0}} = a_1(0) + b_1(0) \qquad (2.32)$$

или

$$V_1(0) = \sqrt{Z_0}\left[a_1(0) + b_1(0)\right] = \sqrt{50}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} + (0.316\angle -26.57^0)\right] = 7.07\angle -8.13^o \quad \text{В} \qquad (2.33)$$

Соответственно находим напряжение

$$V_1(\lambda/8) = \sqrt{Z_0}\left[a_1(\lambda/8) + b_1(\lambda/8)\right] = \sqrt{50}\left[(\frac{1}{\sqrt{2}}\angle 45^0) + (0.316\angle 18.43^0)\right] = 6.32\angle -26.57^0 \quad \text{В}$$

и ток

$$I_1(\lambda/8) = \frac{V_1(\lambda/8)}{Z_{T1}} = \frac{6.32\angle -26.57^0}{50 + 50j} = 0.089\angle -71.57^0 \quad \text{А}$$

(d). Мощность на входе при $x_1 = 0$ равна

$$P_1(0)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[V_1(0)I_1^*(0)\right]=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[7.07\angle-8.13^0(0.063\angle-18.435)\right]=0.2 \text{ Вт,} \qquad (2.34)$$

а мощность в сечении линии при $x_1=\lambda/8$ равна

$$P_1(\lambda/8)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[V_1(\lambda/8)I_1^*(\lambda/8)\right]=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[6.32\angle-26.57^0(0.089\angle71.57)\right]=0.2 \text{ Вт} \qquad (2.35)$$

Как и следовало ожидать, $P_1(0)=P(\lambda/8)$, поскольку линия без потерь.

Другой путь для расчета $P_1(0)$ и $P_1(\lambda/8)$ состоит в использовании понятия номинальной мощности источника:

$$P_{AVS}=\frac{1}{2}|a_1(0)|^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=0.25 \qquad \text{Вт} \qquad (2.36)$$

следовательно

$$P_1(0)=P_1(\lambda/8)=P_{AVS}\left(1-|S_{11}|^2\right)=0.25\left(1-(0.447)^2\right)=0.2 \text{ Вт} \qquad (2.37)$$

(e). Параметр S_{11} при $x_1=\lambda/8$ был рассчитан по (2.30). Подобным же образом, на входе линии при $x_1=0$ (т.е. на референсной плоскости) замечаем, что величина S'_{11} получается равной

$$S'_{11}=\frac{Z_{IN}(0)-Z_0}{Z_{IN}(0)+Z_0}=\frac{(100-j50)-50}{(100-j50)+50}=0.447\angle-26.57^0 \qquad (2.38)$$

Отметим, что S_{11} и S'_{11} соотносятся, в соответствии со сдвигом референсных плоскостей

$$S_{11}=S'_{11}e^{j2\beta\lambda/8}=S'_{11}e^{j\pi/2}=0.447\angle-63.43^0 \qquad (2.39)$$

(f). Выходная линия передачи согласована (т.е. $Z_2=Z_0=50$ ом). Таким образом коэффициент отражения от нагрузки связан с $Z_2=50$ ом и равен нулю, и выходной КСВН равен единице.

На входе коэффициент отражения, связанный с Z_{T1}, равен S_{11}(т.к. $d_2(\lambda/8)=0$). Тогда, используя определение КСВН и $|\Gamma_0|$ подставляем $|S_{11}|$ и получаем входной КСВН:

$$KCBH=\frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|}=\frac{1+0.447}{1-0.447}=2.62 \qquad (2.40)$$

(g). Поскольку выход согласован (т.е., $Z_2 = Z_{02} = 50$ ом) отсюда следует, что $a_2(0) = a_2(\lambda/8) = 0$. Итак, из определения S_{21} имеем, что $b_2(\lambda/8) = S_{21}a_1(\lambda/8)$ или

$$b_2(\lambda/8) = 5\angle 135^0\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\angle -45^0\right) = 3.54\angle 90^0 \qquad (2.41)$$

Тогда

$$b_2(0) = b_2(\lambda/8)e^{-j\pi/4} = 3.54\angle 45^0$$

Мощность, поглощаемая в согласованной нагрузке Z_2 равна

$$P_2(0) = \frac{1}{2}|b_2(0)|^2 = \frac{1}{2}(3.54)^2 = 6.27 \text{ Вт} \qquad (2.43)$$

Задача 2.5

Рассчитать волны мощности [1] и мощность, рассеиваемая в нагрузке в схеме рис. 2.11.

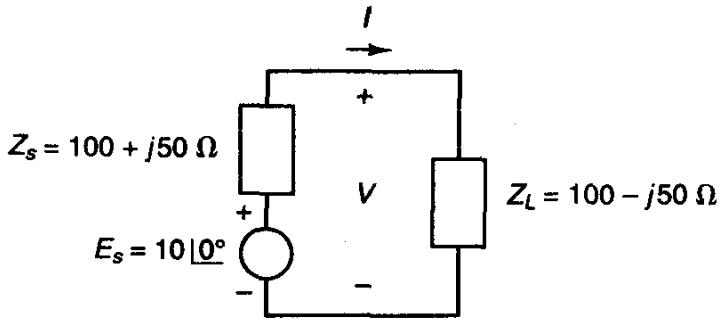


Рис. 2.11. Схема соединения генератора и нагрузки

Решение: На рис. 2.11, напряжение V и ток I даются выражениями

$$V = \frac{E_s Z_L}{Z_L + Z_s} = \frac{10(100 - j50)}{100 - j50 + 100 + j50} = 5.59\angle 26.57^0 \text{ В} \qquad (2.44)$$

и

$$I = \frac{E_s}{Z_L + Z_s} = \frac{10}{200} = 0.05 \text{ А} \qquad (2.45)$$

Из определения падающей волны мощности [1] (отметим, что, несмотря на устойчивое принятие термина «волны мощности», эти волны имеют размерность √ Вт) имеем:

$$a_p = \frac{1}{2\sqrt{R_s}}(V + Z_s I)$$

где $R_s = \mathrm{Re}[Z_s] = 100$ ом и $V = E_s - IZ_s$, следует, что волна мощности a_p равна

$$a_p = \frac{1}{2\sqrt{R_s}}(V + Z_s I) = \frac{E_s}{2\sqrt{R_s}} = \frac{10}{2\sqrt{100}} = 0.5 \qquad \sqrt{\text{Вт}} \qquad (2.46)$$

Поскольку условие сопряженного согласования существует на рис. 2.11 (комплексно сопряженное согласование), отраженная волна мощности b_p равна нулю. Таким образом, мощность в нагрузке равна P_{AVS} и получается из выражения $\frac{1}{2}|a_p|^2 = \frac{|E_s|^2}{8R_s}$, что

$$P_L = \frac{1}{2}|a_p|^2 = \frac{1}{2}(0.5)^2 = 0.125 \text{ Вт} \qquad (2.47)$$

Схема на рис.2.11 идентична эквивалентной схеме в примере 2.1.(см. рис. 2.1). Бегущие волны были использованы в решении примера 2.1.

Задача 2.6

Рассчитать мощность в нагрузке в схеме на рис. 2.12, используя **(a)** концепцию волн мощности и **(b)** концепцию волн передачи.

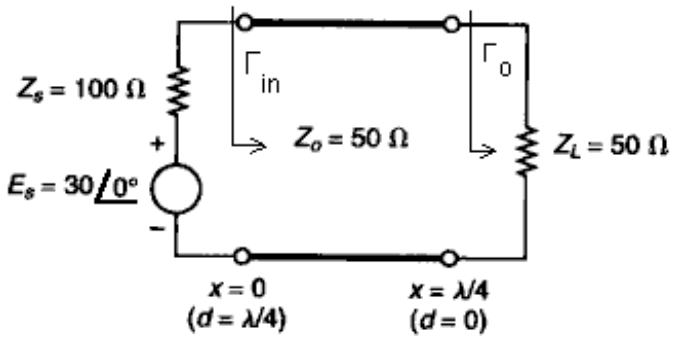


Рис. 2.12. Генератор и нагрузка, соединенные через отрезок линии передачи

Решение: Линия передачи на рис. 2.12 согласована, поскольку $Z_L = Z_o$. Таким образом, $\Gamma_o == 0$ и входной импеданс при $x = 0$ равен $Z_{IN}(x = 0) = Z_{IN}(d = \lambda/4) = 50$ ом. Эквивалентная схема при x = 0 показана на рис. 2.12.

Можно проанализировать эквивалентную схему на входе линии передачи, показанную на рис. 2.13, либо в терминах волн мощности [1], либо в терминах традиционных волн передачи. Для волн мощности анализа используем обозначения на рис. 2.13a, а для волн передачи мы используем обозначения на рис. 2.13b.

(a). Анализ с использованием концепции волн мощности

Эквивалентная дискретная однопортовая схема показана на рис. 2.13a может быть проанализирована в терминах волн мощности следующим образом. Поскольку

$$V = \frac{E_s Z_{IN}}{Z_{IN} + Z_s} = \frac{30 \cdot 50}{50 + 100} = 10 \qquad \text{В} \qquad (2.48),$$

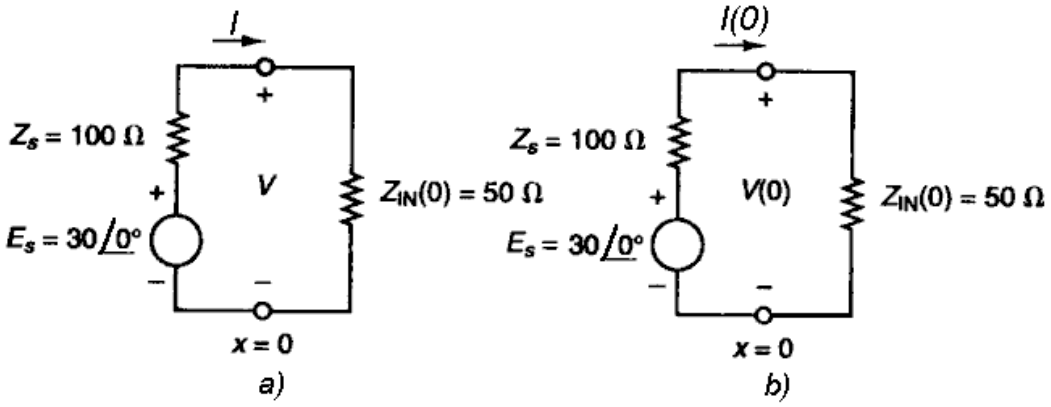


Рис. 2.13. Эквивалентные схемы для концепции волн мощности и бегущих волн

$$I = \frac{E_s}{Z_{IN} + Z_s} = \frac{30}{50 + 100} = 0.2 \text{ A},$$

то из определения падающей a_p и b_p отраженной волн мощности и с учетом $R_s = \mathrm{Re}[Z_s] = 100$ *ом,* получаем

$$a_p = \frac{1}{2\sqrt{R_s}}\left(V + Z_s I\right) = \frac{1}{2\sqrt{100}}\left(10 + 100(0.2)\right) = 1.5 \qquad (2.49)$$

и

$$b_p = \frac{1}{2\sqrt{R_s}}\left(V - Z_s^* I\right) = \frac{1}{2\sqrt{100}}\left(10 - 100(0.2)\right) = -0.5 \qquad (2.50)$$

Номинальная мощность источника равна

$$P_{AVS} = \frac{1}{2}\left|a_p\right|^2 = \frac{1}{2}(1.5)^2 = 1.125 \quad \text{Вт.} \tag{2.51}$$

С учетом того, что $Z_{IN}(0) = 50$ ом не согласован сопряженно с источником Z_s, имеется отраженная волна мощности b_p. Отраженная мощность равна $\frac{1}{2}\left|b_p\right|^2 = \frac{1}{2}(0.5)^2 = 0.125$ Вт, и мощность, рассеянная в $Z_{IN}(0)$ равна

$$P_{IN} = \frac{1}{2}\left|a_p\right|^2 - \frac{1}{2}\left|b_p\right|^2 = 1.125 - 0.125 = 1 \quad \text{Вт.} \tag{2.52}$$

Поскольку линия без потерь, мощность поставляемая в нагрузку на рис. 2.13а равна 1 Вт.

Предыдущие расчеты для P_{IN} могут также быть сделаны, используя коэффициент отражения мощности, равный

$$\Gamma_p = \frac{b_p}{a_p} = -\frac{1}{3} \tag{2.53}$$

Таким образом,

$$P_{IN} = P_{AVS}\left(1 - \left|\Gamma_p\right|^2\right) = 1.125\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) = 1 \quad \text{Вт} \tag{2.54}$$

Для проверки расчетов a_p и b_p, можно использовать соотношения

$$V = \frac{1}{\sqrt{R_s}}(Z_s^* a_p - Z_s b_p) \tag{2.55}$$

и

$$I = \frac{1}{\sqrt{R_s}}(a_p - b_p) \tag{2.56}$$

для расчета величин V и I. Они равны, с учетом $Z_s = Z_s^* = 100$ ом, V и I в терминах a_p и b_p равны

$$V = \frac{1}{\sqrt{100}}\left[100 \cdot (1.5) + 100 \cdot (-0.5)\right] = 10 \ \ B$$

и

$$I = \frac{1}{\sqrt{100}}\left[1.5 - (-0.5)\right] = 0.2 \ \ A$$

Это, конечно, корректные величины V и I.

(b). Анализ бегущих волн передачи

В соответствии с рис. 2.13b, напряжения и токи на входе линии обозначены $V(0)$ и $I(0)$, соответственно. Их величины равны $V(0)$ = 10 В и $I(0)$= 0.2 А.

Используя определения нормализованных волн *a* и *b* , с учетом Zo = 50 ом, следует, что

$$a(0)=\frac{1}{2\sqrt{Z_0}}\left[V(0)+Z_0 I(0)\right]=\frac{1}{2\sqrt{50}}\left[10+50\cdot(0.2)\right]=\sqrt{2} \qquad (2.57)$$

$$b(0)=\frac{1}{2\sqrt{Z_0}}\left[V(0)-Z_0 I(0)\right]=\frac{1}{2\sqrt{50}}\left[10-50\cdot(0.2)\right]=0 \qquad (2.58)$$

Как ожидалось, в согласованной линии передачи нет отраженной волны [т.е. $b(x)=0$]. Видим, что $\frac{1}{2}|a(0)|^2=1$ *Bamm* и эта мощность не равна номинальной мощности источника *(* $P_{AVS}=1.125$ Вт). Фактически, только когда $Z_s=Z_0$**,** мощность $\frac{1}{2}|a(0)|^2$ равна P_{AVS}.

Мощность, рассеиваемая $Z_{IN}(0)$ (и в нагрузке, поскольку линия без потерь) равна

$$P_{IN}=\frac{1}{2}|a(0)|^2-\frac{1}{2}|b(0)|^2=\frac{1}{2}\left(\sqrt{2}\right)^2=1 \quad \text{Вт} \qquad (2.59)$$

Предыдущие расчеты для P_{IN} могут быть также сделаны при рассмотрении случая $\Gamma_0=0$, Таким образом,

$$P_{IN}=\frac{1}{2}|a(0)|^2\left(1-|\Gamma_0|^2\right)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{2}\right)^2=1 \quad \text{Вт} \qquad (2.60)$$

Величины $V(0)$ и $I(0)$ могут быть проверены используя определения падающих и отраженных бегущих волн передачи, а именно

$$V(0)=\sqrt{Z_0}v_1(0)=\sqrt{50}\left[a(0)+b(0)\right]=\sqrt{50}\left[\sqrt{2}\right]=10 \ \ B \qquad (2.61)$$

$$I(0)=\frac{i(0)}{\sqrt{Z_0}}=\frac{1}{\sqrt{50}}\left[a(0)-b(0)\right]=\frac{1}{\sqrt{50}}\left[\sqrt{2}\right]=0.2 \ \ A \qquad (2.62)$$

которые получились верными величинами напряжения и тока:

Падающая волна вдоль линии дается выражением

$$a(x) = a(0)e^{-j\beta x} = \sqrt{2}e^{-j\beta x} \tag{2.63}$$

и, поскольку $b(x) = 0$, $V(x)$ дается выражением

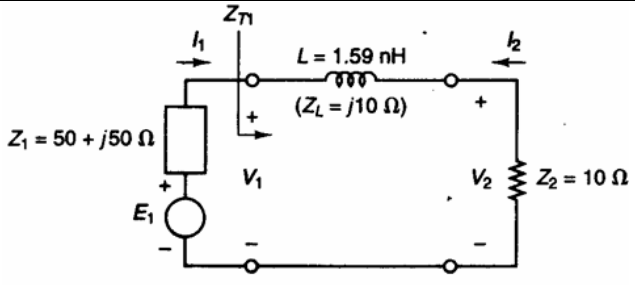
$$V(x) = \sqrt{Z_0}a(x) = \sqrt{50}\left(\sqrt{2}e^{-j\beta x}\right) = 10e^{-j\beta x} \tag{2.64}$$

При $d = \lambda/4$ - x можно написать напряжение в терминах функции координаты d как

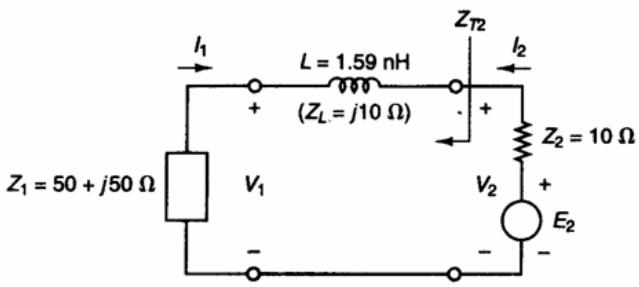
$$V(d) = 10e^{-j\pi/2}e^{j\beta d} \tag{2.65}$$

Задача 2.7

Рассчитать обобщенные [1] параметры S_{p11} и S_{p21} на частоте 1 ГГц взаимного четырехполюсника без потерь (рис. 2.14a). Затем рассчитайте S_{p22} и S_{p12} используя рис. 2.14b.



(a). С напряжением E_1 на входе;



(b). С напряжением E_2 на выходе

Рис. 2.14. Схема четырехполюсника, содержащего последовательную индуктивность 1.59 нГ, нагруженного на импедансы Z_1 и Z_2

Решение: На частоте 1 ГГц импеданс индуктивности равен $Z_L = j10$ Ом, и отсюда следует, что $V_1 = 0.167\angle 0^0\ E_1$, $I_1 = 0.0118\angle -45^0\ E_1$, $V_2 = 0.118\angle -45^0\ E_1$ и $I_2 = -0.0118\angle -45^0\ E_1$.

Из определения падающей волны мощности (2.49) и отраженной волны мощности (2.50) получаем: $a_{p1} = 0.071\angle 0^0\ E_1$, $b_{p1} = 0.061\angle 78.69^0\ E_1$, $a_{p2} = 0$, и $b_{p2} = 0.037\angle -45^0\ E_1$. Таким образом, на рис. 2.14 (a), $Z_{T1} = 10 + j10$ Ом и из выражения для параметра S_{p11}

$$S_{p11} = \left.\frac{b_{p1}}{a_{p1}}\right|_{a_{p2}=0} = \frac{Z_{T1} - Z_1^*}{Z_{T1} + Z_1} = \frac{10 + j10 - (50 - j50)}{10 + j10 + (50 + j50)} = 0.85\angle 78.69^0 \tag{2.66}$$

и

$$S_{p21} = \left.\frac{b_{p2}}{a_{p1}}\right|_{a_{p2}=0} = \frac{0.037\angle -45^0}{0.071\angle 0^0} = 0.525\angle -45^0 \qquad (2.67)$$

Теперь проанализируем случай возбуждения второго порта. Из рис. 2.14 (b) получаем $Z_{T2} = 50 + j60$ Ом, откуда следует, что

$$V_1 = 0.833\angle 0^0 \ E_2, \qquad I_1 = -0.0118\angle -45^0 \ E_2,$$

$$V_2 = 0.92\angle 5.19^0 \ E_2 \qquad \text{и} \qquad I_2 = 0.0118\angle -45^0 \ E_2.$$

Из (2.49) – (2.50) получаем: $a_{p1} = 0$, $b_{p1} = 0.083\angle -45^0 \ E_2$, $a_{p2} = 0.158\angle 0^0 \ E_2$ и $b_{p2} = 0.134\angle 11.32^0 \ E_2$. Отсюда следует, что

$$S_{p22} = \left.\frac{b_{p2}}{a_{p2}}\right|_{a_{p1}=0} = \frac{Z_{T2} - Z_2^*}{Z_{T2} + Z_2} = \frac{50 + j60 - 10}{50 + j60 + 10} = 0.85\angle 11.3^0 \qquad (2.68)$$

и

$$S_{p12} = \left.\frac{b_{p1}}{a_{p2}}\right|_{a_{p1}=0} = \frac{0.083\angle -45^0}{0.158\angle 0^0} = 0.525\angle -45^0 \qquad (2.69)$$

Важно заметить, что большинство программ автоматизированного проектирования рассчитывают обобщенные параметры рассеяния четырехполюсника (т.е. в системе волн мощности). Для примера, четырехполюсник на рис. 2.14а будет рассчитывать S_p параметры. Если *S* параметры индуктивности 1.59 нГ на рис. 2.14а рассматриваются в системе 50 Ом, положим $Z_1 = Z_2 = 50$ Ом на рис. 2.14а и тогда результирующие S_p параметры, рассчитываемые CAD программмой, являются *S* параметрами индуктивности 1.59 нГ.

3. Моделирование активных СВЧ элементов

Тенденция проектирования современных СВЧ устройств состоит в том, что чипы и активные элементы эффективно включаются в согласующую и излучаемую структуру. Поэтому важно знать, какие входные импедансы имеют активные элементы, и как они зависят от смещения по постоянному току.

Задача 3.1

(a). Транзистор с коэффициентом усиления по постоянному току β = 100 смещен в рабочей точке V_{CE} = 10 В и I_C = 10 мА. Схема каскада показана на рис. 3.1.

Малосигнальные характеристики транзистора на частоте ниже 100 кГц могут быть представлены гибридной моделью показанной на рис. 3.2. Рассчитать, используя рис. 3.2, *S*-параметры транзистора на частотах ниже 100 кГц.

(b). На частоте 1 MHz малосигнальные характеристики транзистора могут быть смоделированы, используя гибридную П-образную модель, показанную на рис. 3.4. Определить *S*- параметры транзистора на частоте 1 МГц.

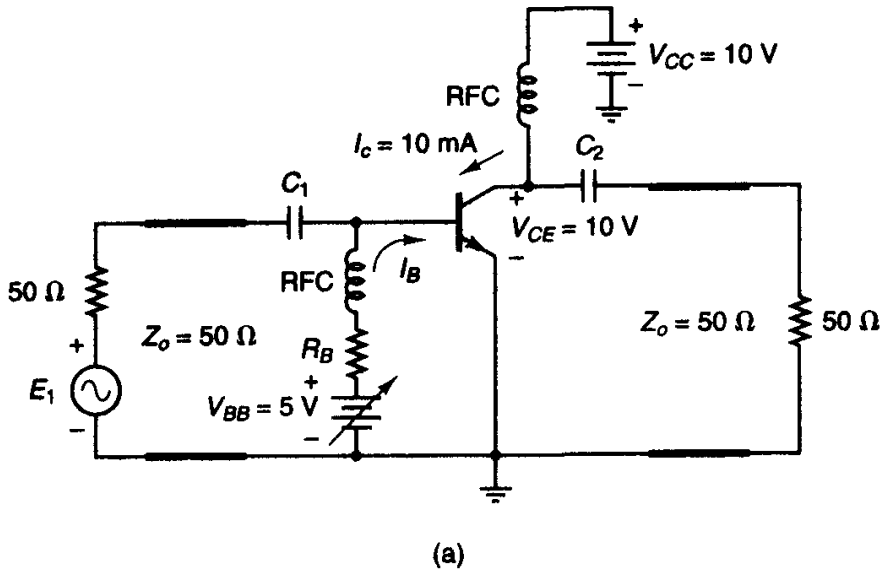


Рис. 3.1. Принципиальная схема транзисторного усилителя со смещением по постоянному току

Решение. (а) Конденсаторы C_1 и C_2 (рис. 3.1) являются емкостями связи. Их проводимости больше на порядок, чем проводимости коротких отрезков линий для ВЧ сигнала. Два дросселя RFC с большими индуктивностями создают раз-

рыв ВЧ сигнала и имеют нулевое сопротивление для постоянного тока. Напряжение V_{CE} в этом случае равно V_{CC}.

Поскольку коэффициент усиления по току $\beta = 100$, ток базы связан с током коллектора I_C следующим соотношением:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{10 \times 10^{-3}}{100} = 100 \mu A \qquad (3.1)$$

Тогда, для создания такого тока, величина R_B равна [1]

$$R_B = \frac{V_{BB} - 0.7}{I_B} = \frac{5 - 0.7}{100 \times 10^{-6}} = 43 \text{ кОм} \qquad (3.2)$$

Чтобы установить точно точку смещения Q, величина V_{BB} изменяется, относительно номинального значения 5 В, пока ток 10 мА не установится, показываемый амперметром, соединенным последовательно с источником V_{CC}.

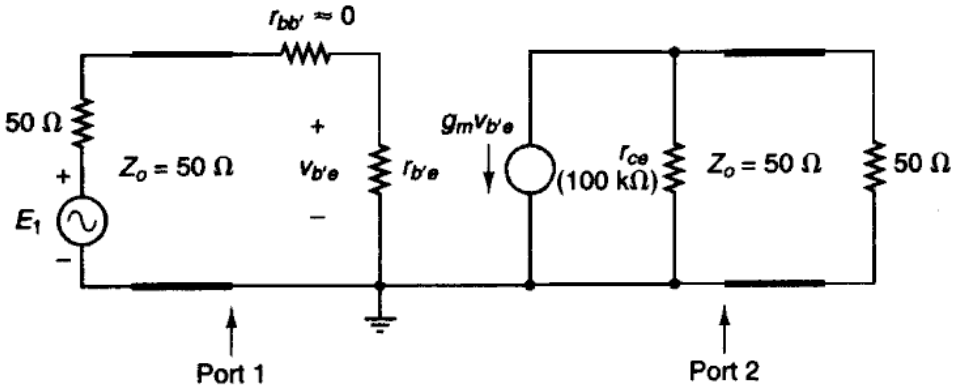


Рис. 3.2. Модель каскада на транзисторе для частот ниже 100 кГц

Модель по переменному току ВЧ, показанная на рис. 3.2, получается коротким замыканием в схеме рис. 3.1. C_1 и C_2. В этом случае дроссели RFC размыкают схему, и такая модель транзистора становится верной для частот ниже 100 кГц. Величина $r_{b'e}$ на рис. 3.2 равна [4]

$$r_{b'e} = \beta \frac{26 \times 10^{-3}}{I_c} = 100 \frac{26 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-3}} = 260 \text{ ом} \qquad (3.3),$$

а передаточная проводимость (крутизна) равна

$$g_m = \frac{\beta}{r_{b'e}} = \frac{I_C}{26 \times 10^{-3}} \frac{10 \times 10^{-3}}{26 \times 10^{-3}} = 385 \text{ мСим} \qquad (3.4)$$

Рис. 3.3 показывает эквивалентную модель схемы Тевенина на портах 1 и 2. Учитывая $Z_{T1} = r_{b'e}$, модуль S_{11} в 50-омном тракте равен

$$S_{11} = \frac{r_{b'e} - 50}{r_{b'e} + 50} = \frac{260 - 50}{260 + 50} = 0.677 \qquad (3.5)$$

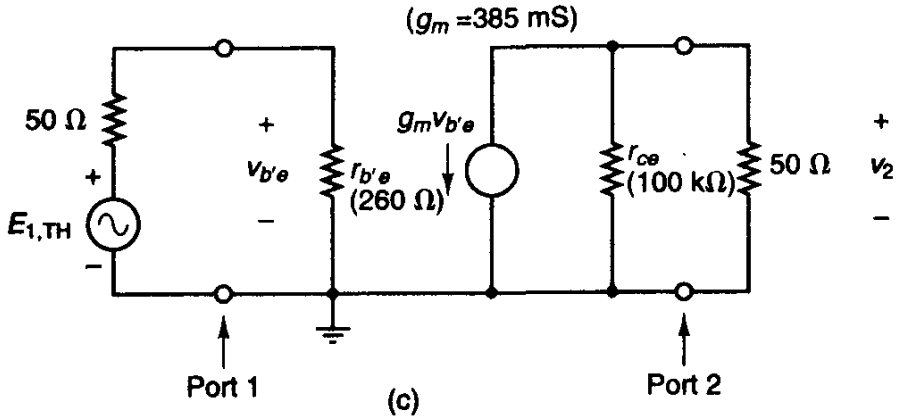


Рис. 3.3. Эквивалентная ВЧ модель

Из рис. 3.3 можно видеть, что напряжение на средней точке

$$v_{b'e} = \frac{E_{1,TH} r_{b'e}}{r_{b'e} + Z_0} = \frac{E_{1,TH}(260)}{260 + 50} = 0.839 E_{1,TH} \qquad (3.6)$$

и, с учетом управляемого источника тока, напряжение

$$v_2 = -g_m v_{b'e} \cdot (r_{ce} \| 50) \approx -0.385 v_{b'e} \cdot (50) = -19.25 v_{b'e} \qquad (3.7)$$

(Знак (||) означает параллельное соединение элементов). Таким образом (рис. 3.3),

$$v_2 = -19.25 \cdot (0.839) E_{1,TH} = -16.15 E_{1,TH}$$

Тогда, используя определение S_{21}, мы получаем

$$S_{21} = 2\frac{V_2}{E_{1,TH}} = 2 \cdot (-16.15) = -32.3 \quad (\text{или } 32.3 \angle 180°)$$

По определению S_{22}, с учетом $Z_{T2} = r_{ce} = 100$ кОм, получаем

$$S_{22} = \frac{r_{ce} - 50}{r_{ce} + 50} \approx 1,$$

что показывает, что r_{ce} обеспечивает свойство открытой схемы в 50-омной системе.

Поскольку не имеется передачи от выхода ко входу в модели на рис. 3.3, получаем $S_{12} = 0$.

(b). На частоте 1 МГц высокочастотные емкости влияют на частотную характеристику усилителя и таким образом на величины *S* параметров. Теорема Миллера позволяет нарисовать эквивалентную схему входной цепи, показанную на рис. 3.4, где C_M является входной емкостью Миллера, а именно

$$C_M = C_{b'c}\left(1 - A_v\right) \approx C_{b'c}\left(1 + g_m \cdot (50)\right) = 1 \times 10^{-12} \cdot \left(1 + 19.25\right) = 20.25 \text{ пФ} \qquad (3.8)$$

Итак, входная емкость равна

$$C_{IN} = C_{b'e} + C_M = 10 \times 10^{-12} + 20.25 \times 10^{-12} = 30.25 \text{ пФ} \qquad (3.9)$$

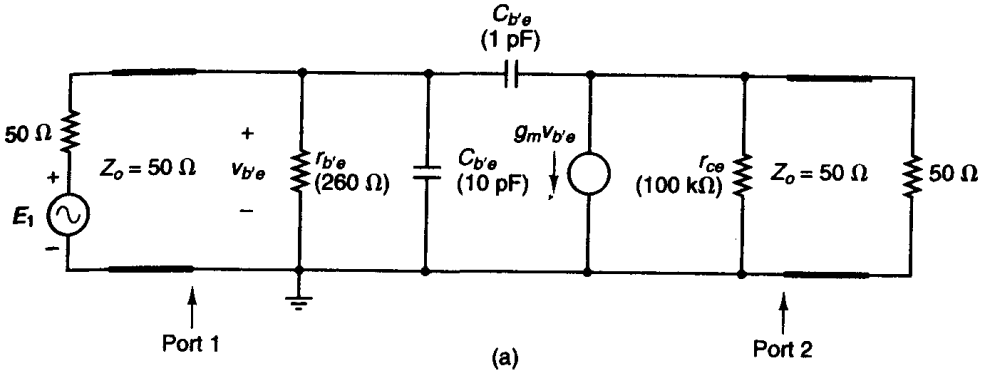


Рис. 3.4. ВЧ модель каскада на частоте 1 МГц

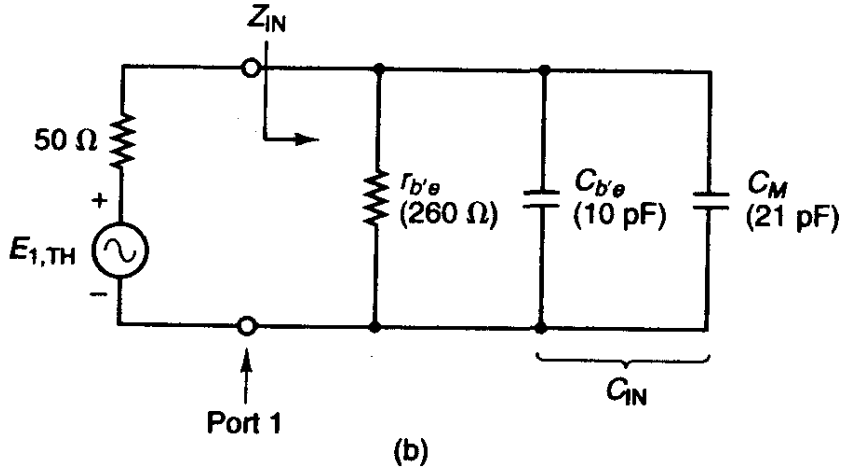


Рис. 3.5. Эквивалентная входная схема для модели рис. 3.4

Входной импеданс на рис. 3.5 равен (двойная черта означает параллельное соединение элементов)

$$Z_{IN} = r_{b'e} \left\| \frac{1}{j\omega C_{IN}} = 260 \right\| \frac{1}{j2\pi 10^6 \left(30.25 \times 10^{-12}\right)} = 259.4 - j12.8 \text{ Ом} \qquad (3.10)$$

Таким образом

$$S_{11} = \frac{Z_{IN} - 50}{Z_{IN} + 50} = \frac{(259.4 - j12.8) - 50}{(259.4 - j12.8) + 50} = 0.677\angle -1.13^0$$

Другие S параметры могут быть рассчитаны аналитически, или используя программу CAD. Для схемы на рис. 3.1, $S_{12} = 0$, $S_{21} = 32.2\angle 179.5^0$ и $S_{22} = 0.999\angle -0.62^0$.

Эквивалентная схема для транзистора в корпусе может включать дополнительные паразитные элементы корпуса. Одна такая модель показано на рис. 3.6. Величины внутренних паразитных элементов $L_b, L_e, L_c, C_{be}, C_{bc}$ и C_{ce} выбираются самостоятельно. Типичные величины паразитных индуктивностей равны 0.2 нГ – 1 нГ, а паразитные емкости находятся в пределах 0.01 пФ … 0.05 пФ.

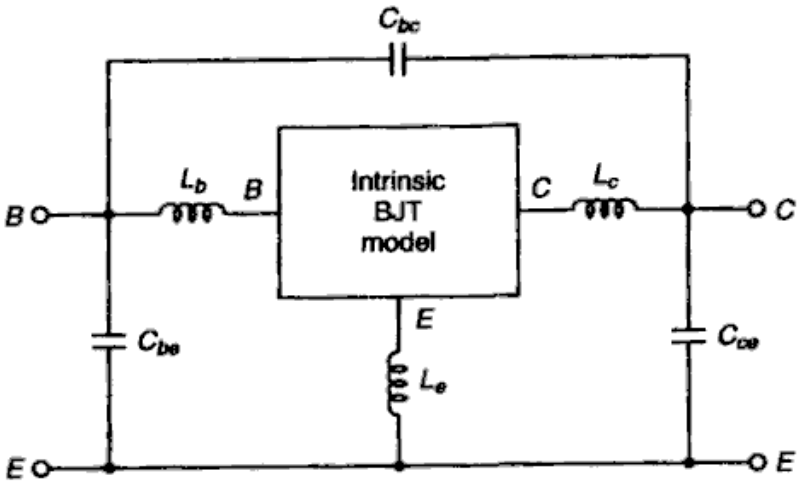


Рис. 3.6. Моделирование паразитных элементов вносимых корпусом

Другие задачи

3.2. Покажите, что в неопределенной матрице рассеяния сумма коэффициентов в любом столбце равна 1 и сумма коэффициентов в любой строке равна 1.

Заметим, что, поскольку

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \qquad (3.11)$$

верно для любых величин a_1, a_2, и a_3, рассмотрим случай когда $a_2 = a_3 = 0$, как показано на рис. 3.7. Тогда $b_1 = S_{11}a_1$, $b_2 = S_{21}a_1$, $b_3 = S_{31}a_1$, и в узле P мы можем записать $I_1^+ = I_1^- + I_2^- + I_3^-$

Таким образом, отсюда следует, что

$$S_{11} + S_{21} + S_{31} = 1 \qquad (3.12)$$

Схема, показанная на рис. 3.7 может быть использована, чтобы показать, что сумма коэффициентов в любом ряду равна 1. На рис. 3.8 показаны соотношения между токами в трехузловой схеме.

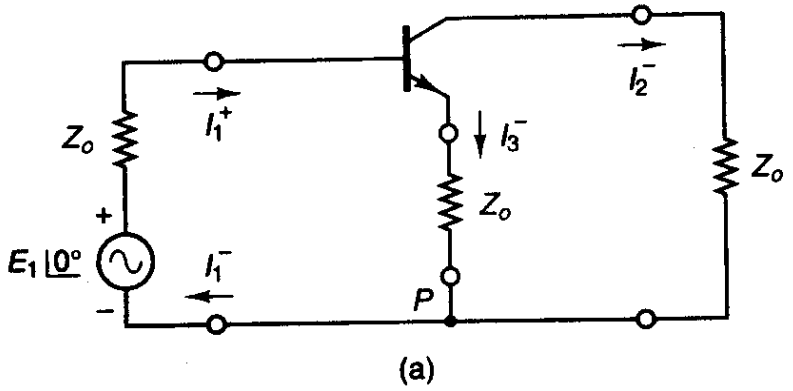


Рис. 3.7. Схема включения транзистора, в каждой ветви которого включено сопротивление Z_o

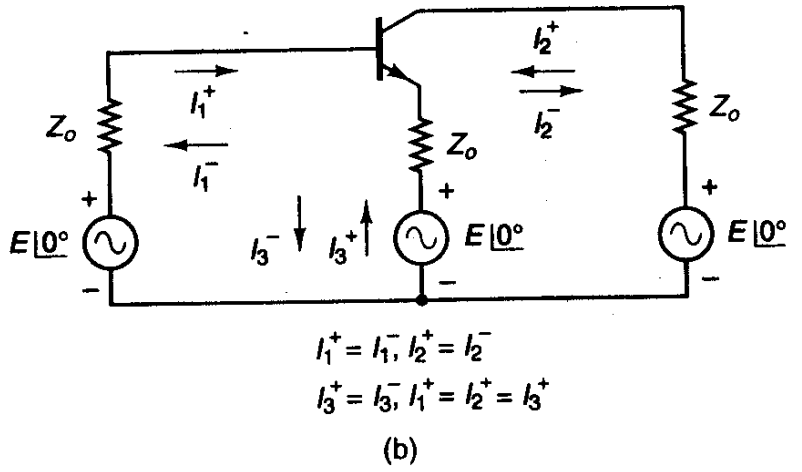


Рис. 3.8. Соотношения между токами в трехузловой схеме

3.3. Проверить преобразования между

(a) *z* и *y* параметрами

(b) *z* и *ABCD* параметрами.

3.4 (a). Покажите, что S и Y параметры связаны соотношениями:

$$[S] = -([y] + [Y_0])^{-1}([y] - [Y_0])$$

и

$$[y] = [Y_0]([1] - [S])([1] + [S])^{-1}, \text{ где}$$

$$[Y_0] = \begin{bmatrix} Y_0 & 0 \\ 0 & Y_0 \end{bmatrix}$$

(b) Проверить преобразование между *S* и *Y* параметрами, используя данные из примера 3.1.

3.5. *S*-параметры биполярного BJT транзистора и индуктивность *L* (рис. 3.9) известны. Объяснить, как можно рассчитать общие *S* параметры четырех-полюсника.

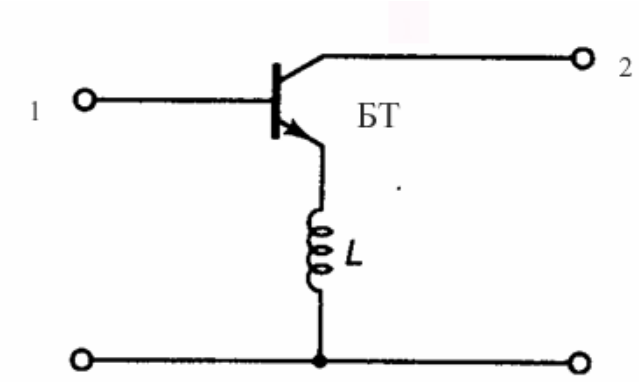


Рис. 3.9. Транзистор, включенный по схеме с ОЭ, охваченный обратной связью по току

3.6. *S* параметры полевого транзистора GaAs FET на частоте f = 10 ГГц, включенного по схеме с общим эмиттером, равны

$$S_{11} = 0.73\angle -128^0$$

$$S_{21} = 1.73\angle 73^0$$

$$S_{12} = 0.045\angle 114^0$$

$$S_{22} = 0.75\angle -52^0$$

Определить S параметры в схеме с общей базой и в схеме с общим коллектором.

3.7 (a). Вывести уравнения для граничной и предельной частот f_T и f_β биполярного транзистора,

$$f_T \approx \frac{g_m}{2\pi C_{b'e}} \qquad\qquad f_\beta = \frac{f_T}{h_{fe}}$$

(b). Вывести уравнение для f_T, для GaAs FET:

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi C_i}.$$

3.8. В схеме с ОЭ заданы следующие Y-параметры транзистора

$Y_{11} = (2+j2)\ 10^{-3}$ $\quad Y_{12} = (-2-j20)\ 10^{-6}$

$Y_{21} = (20-j3)\ 10^{-3}$ $\quad Y_{22} = (20+j60)\ 10^{-6}$

Определить Y- параметры схем с ОБ и ОК.

3.9. Заданы h-параметры схемы с общей базой ОБ:

$h_{11} = 50$ ом $\qquad\qquad h_{12} = 5\ 10^{-5}$

$h_{21} = -0.99 \qquad\qquad h_{22} = 1\ 10^{-6}$ См

Определить *Y*-параметры для схемы с общим коллектором ОК.

3.10. Определить, активен или пассивен транзистор (т.е. усиливает он или ослабляет входной сигнал) в схеме с ОЭ, если Y-параметры заданы, как в примере 3.8.

3.11. Для схемы с **ОЭ** заданы следующие Y-параметры

$Y_{11} = (20+j102)\ 10^{-3}$ $\quad Y_{12} = (-1-j0.5)\ 10^{-3}$

$Y_{21} = (40-j100)\ 10^{-3}$ $\quad Y_{22} = (1+j5)\ 10^{-3}$

Определить Y-параметры для схем **ОБ** и **ОК**.

3.12. Используя Y-параметры для схемы с **ОЭ** задачи 3.11, определить *h*-параметры для схемы с **ОБ**.

3.13. Является ли транзистор, параметры которого приведены в задаче 3.11, активным или пассивным в каждой из трех схем?

3.14.Оказывает ли влияние тип схемы включения транзистора на максимальную частоту генерации и почему?

4.Согласование комплексных импедансов

В данном разделе рассматриваются задачи согласования, приближенные к практике проектирования. Ранее было показано, как с помощью диаграммы Смита выполняется согласование на одной частоте. Часто в практике проектирования нужно обеспечить согласование в рабочей полосе частот.

Задача 4.1

Экспериментальная частотная зависимость параметра S_{11} для транзисторного чипа в корпусе и без корпуса наносится на диаграмму Смита, как показано на рис. 4.1,

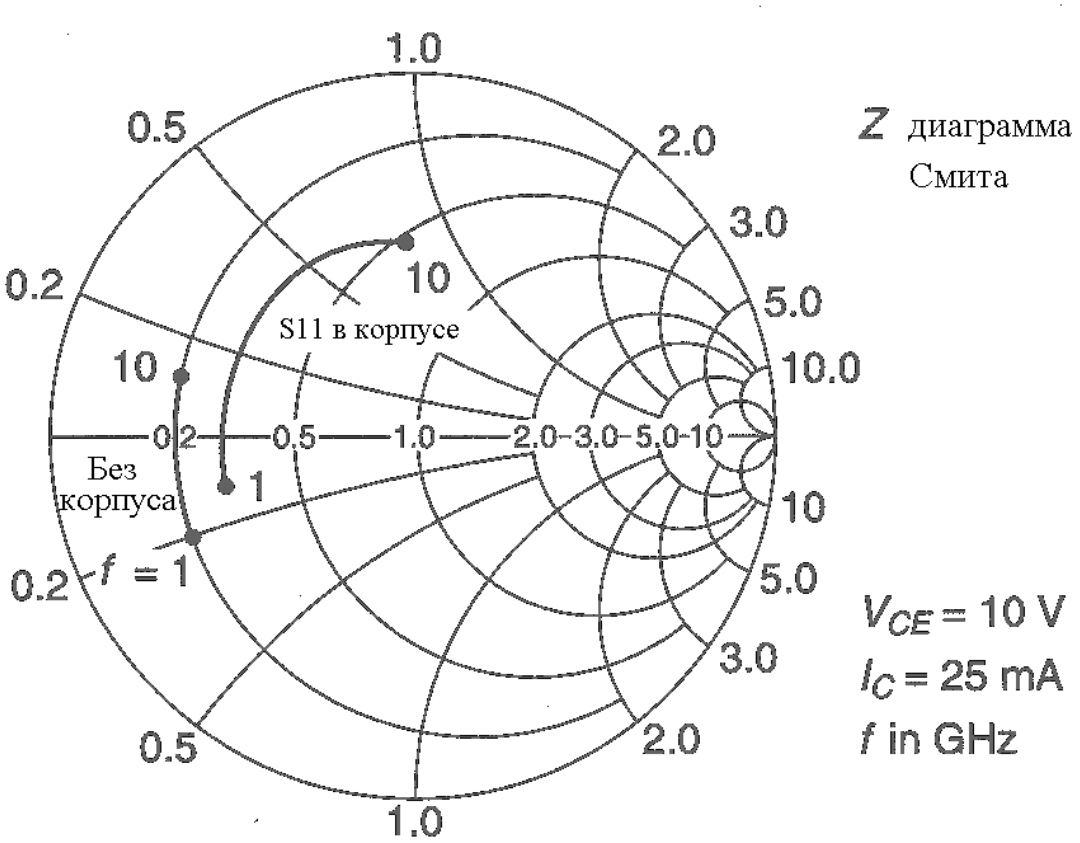


Рис. 4.1. Экспериментально измеренные параметры S_{11} транзистора в виде чипа и в корпусе

а входная эквивалентная схема показана на рис. 4.2а. Определить величины *R, L,* и C эквивалентной схемы входа транзистора, которая бы максимально приближало её к измеренным данным.

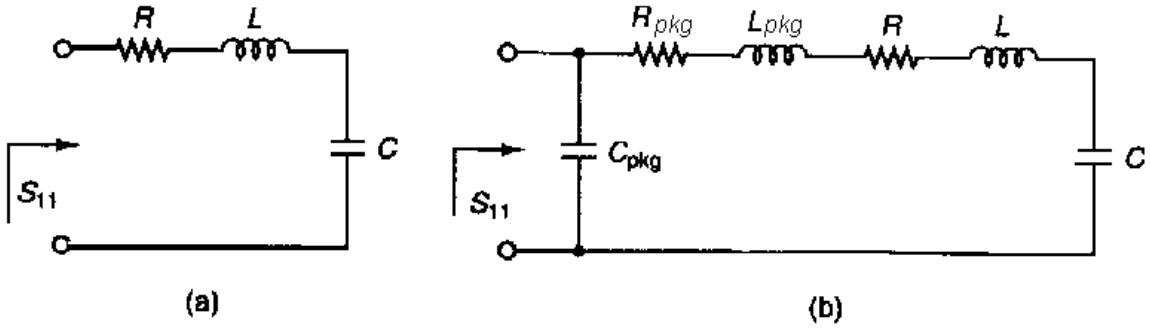


Рис. *4.2. Эквивалентная схема транзистора: (a). Входная эквивалентная схема для бескорпусного транзистора; (b) входная эквивалентная схема транзистора в корпусе*

Решение. Из рис. 4.1, на частоте $f_a = 1$ ГГц находим по диаграмме Смита, что входной импеданс, связанный с S_{11} равен Z_{in} = 50(0.2 - *j0.2) =10 – j10 Ом,* а на частоте $f_b = 10$ ГГц входной импеданс равен Z_{in} = 50(0.2 + j0.15) = 10 + j7.5 *Ом.*

Итак, на частоте $\omega_a = 2\pi f_a$ получаем

$$10 - j10 = R + j\left(\omega_a L - \frac{1}{\omega_a C}\right) \tag{4.1}$$

а на частоте $\omega_b = 2\pi f_b$ получаем

$$10 + j7.5 = R + j\left(\omega_b L - \frac{1}{\omega_b C}\right) \tag{4.2}$$

Из (4.1) и (4.2), следует, что R = 10 Ом и исключая активную часть, получаем систему уравнений

$$-10 = 2\pi 10^9 L - \frac{1}{2\pi 10^9 C} \tag{4.3}$$

$$7.5 = 2\pi 10^{10} L - \frac{1}{2\pi 10^{10} C} \tag{4.4}$$

Одновременное решение (4.3) и (4.4) дает L = 0.1024 нГ и C = 14.95 пФ.

Эквивалентная схема для транзистора в корпусе немного более сложная. Одна эквивалентная схема, которая будет иметь близкую рассчитанную характеристику S_{11}, показана на рис. 4.2.b. Резистор R_{pkg} представляет сопротивление корпуса, индуктивность корпуса равна L_{pkg}, и емкость корпуса равна C_{pkg}. Аналогично можно найти решение для эквивалентной схемы рис. 4.2b.

Задача 4.2

Часто нужно видеть, как изменяется входной импеданс при добавлении дискретного элемента.

(а). Покажите влияние добавления последовательной индуктивности L ($z_L = j0.8$) к импедансу $z = 0.3 - j0.3$ на диаграмме Смита ***ZY*** (рис. 4.3).

Решение. Рис. 4.4 показывает, что добавление последовательной индуктивности $z_L = j0.8$ сдвигает точку входного сопротивления вдоль окружности равного сопротивления от величины реактанса -0.3 до величины реактивной части 0.5. Другими словами, это движение по часовой стрелке вдоль окружности равного сопротивления.

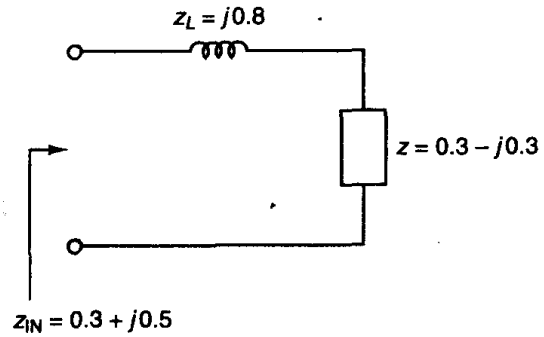


Рис. 4.3. Добавление индуктивности ко входному сопротивлению транзистора

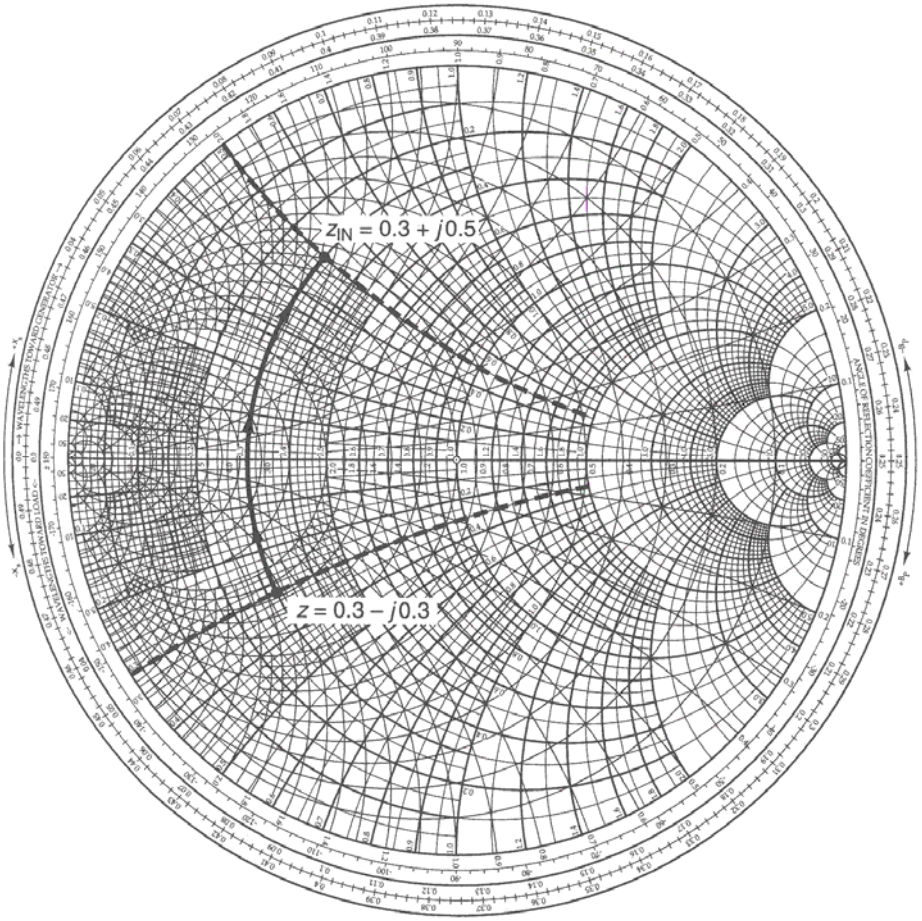


Рис. 4.4. Влияние добавления последовательной индуктивности к импедансу на ZY диаграмме Смита

(b). Покажите на ***ZY*** диаграмме Смита эффект добавления последовательного конденсатора $C\ (z_C = -j0.8)$ к импедансу $z = 0.3 - j0.3$ (рис. 4.5).

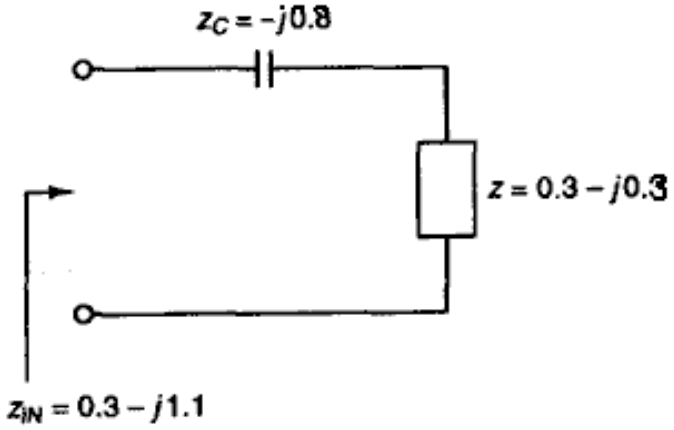


Рис. 4.5. Добавление емкости к схеме входного сопротивления

Решение. Рис. 4.6 показывает, как дополнительная последовательная емкость $z_C = -j0.8$ сдвигает входной импеданс по окружности постоянного сопротивления от величины реактанса - 0.3 к реактансу -1.1. Другими словами, выполняется движение против часовой стрелки вдоль окружности постоянного сопротивления.

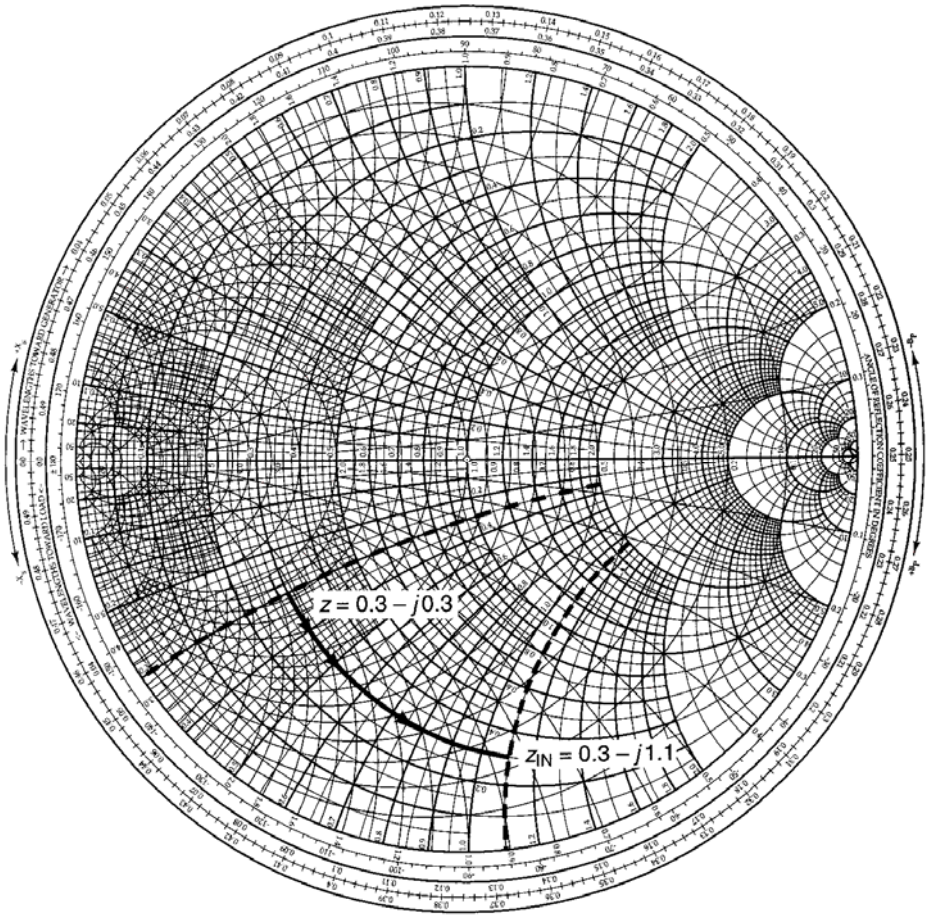


Рис. 4.6. Влияние добавления последовательной емкости к импедансу на XY-диаграмме Смита

(c). Покажите эффект добавления параллельной индуктивности L ($z_L = -j2.4$) к адмитансу y ($y = 1.6 + j1.6$) на ***ZY*** диаграмме Смита (рис. 4.7).

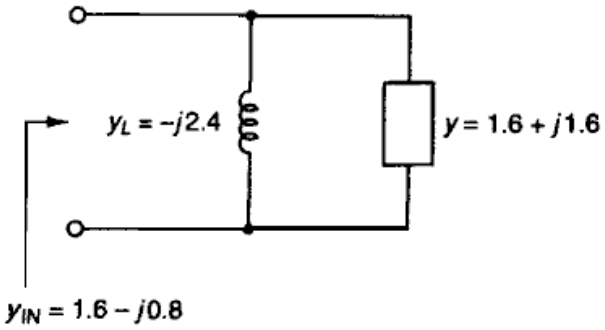


Рис. 4.7. Добавление параллельной индуктивности ко входному сопротивлению

Решение. Траектория на рис. 4.8 показывает, что добавление параллельной индуктивности к $y_L = -j2.4$ изменяет проводимость, двигаясь по окружности от реактивности равной +j1.6 к реактивной проводимости -j0.8. Другими словами, выполняется движение против часовой стрелки по линии постоянной проводимости.

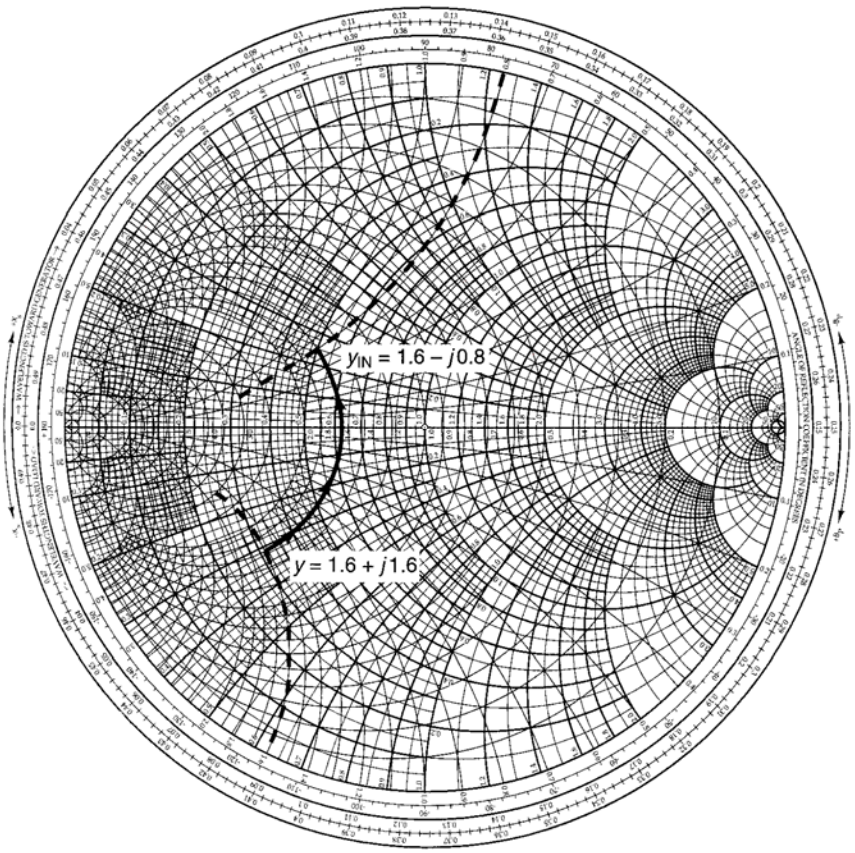


Рис. 4.8. Влияние добавления параллельной индуктивности к адмитансу на ZY диаграмме Смита

(d). Покажите эффект добавления параллельной емкости C ($y_C = j3.4$) к комплексной проводимости y ($y = 1.6 + j1.6$) на *ZY* диаграмме Смита (рис. 4.9).

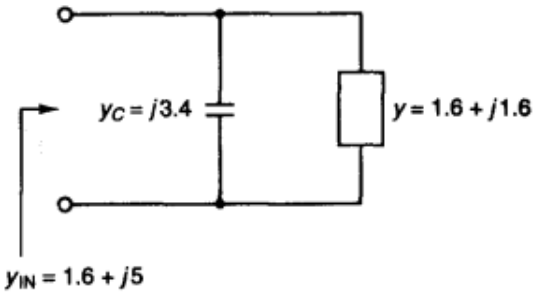


Рис. 4.9. Добавление параллельной емкости ко входу

Решение. Нанесем точку на ZY диаграмме Смита, в которой проводимость равна $y = 1.6 + j1.6$ (рис. 4.10). Влияние дополнительной параллельной емкости с $y_C = j3.4$ отражается движением на диаграмме Смита по линии постоянной проводимости от проводимости 1.6 к проводимости 5. Другими словами, выполняется движение по часовой стрелке вдоль окружности с постоянной проводимостью.

В заключение покажем, как добавочный последовательный реактанс производится движением вдоль окружности с постоянным сопротивлением на диаграмме Смита, и добавление параллельной реактивной проводимости производится движением вдоль окружности с постоянной проводимостью на диаграмме Смита.

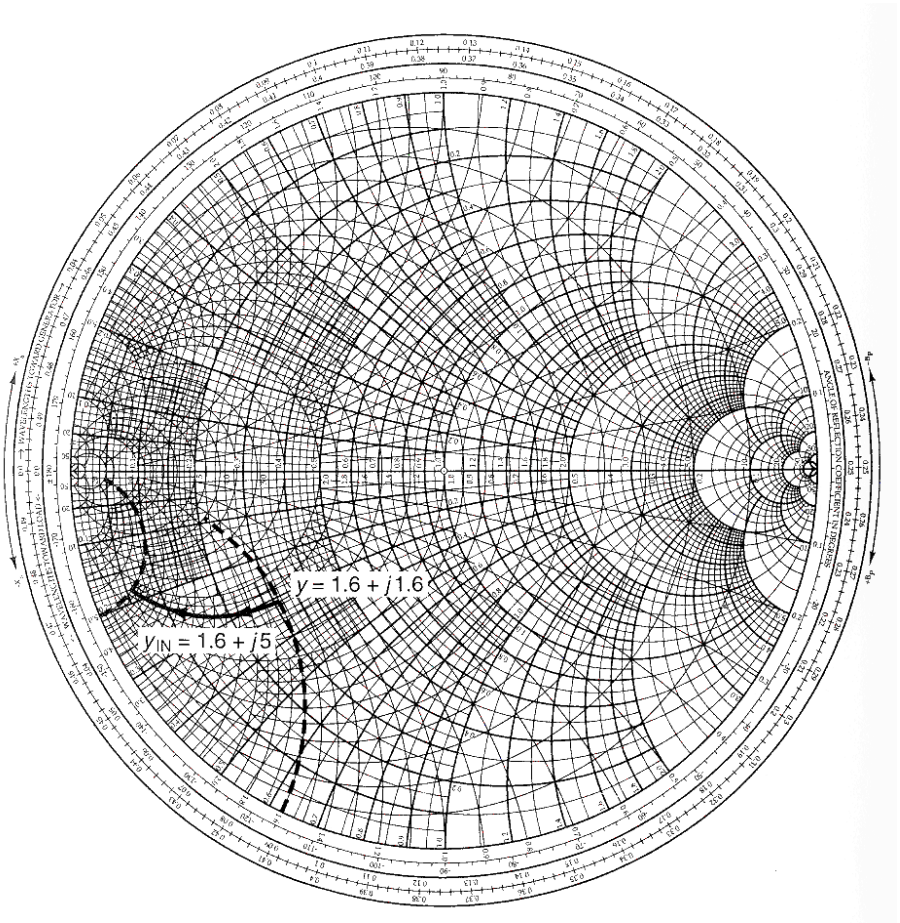


Рис. 4.10. Влияние добавления параллельной емкости к адмитансу на ZY диаграмме Смита

Четыре типа таких перемещений на диаграмме Смита с помощью подключения различных элементов, показаны на рис. 4.11.

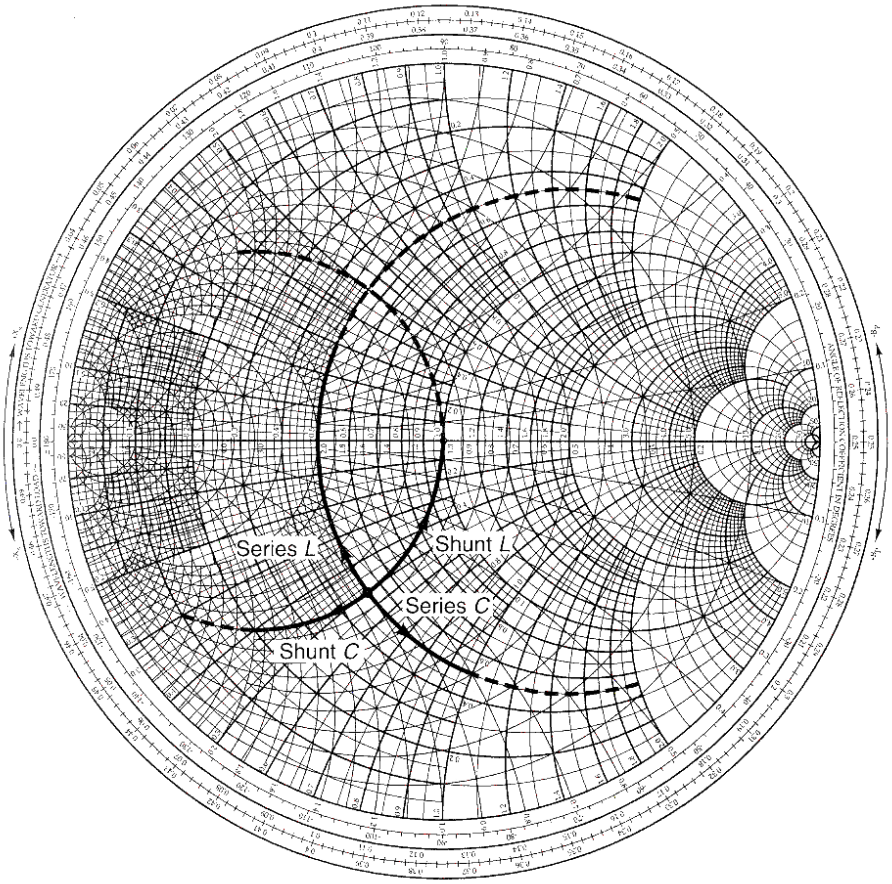


Рис. 4.11. Влияние добавленного последовательного и параллельного элемента на ZY диаграмме Смита показывается направлениями стрелок

Итак, проектирование согласующей схемы с помощью ZY диаграммы Смита состоит из перемещения по окружности с постоянной проводимостью от одного значения полного сопротивления или полной проводимости к другому. Каждое движение по окружности с постоянной проводимостью дает значение соответствующего элемента.

Следующий пример иллюстрирует использование ZY диаграммы Смита в проектировании согласующих схем.

Задача 4.3

Комплексную нагрузку $Z_{LOAD} = 10 + j10$ ом нужно согласовать с линией 50 Ом. Эту задачу выполните двумя способами, с помощью двух согласующих цепей и определите величины L и C на частоте 500 МГц (рис. 4.12).

Решение. Выберем схему последовательного L и параллельного C, показанную на рис.4.12а.

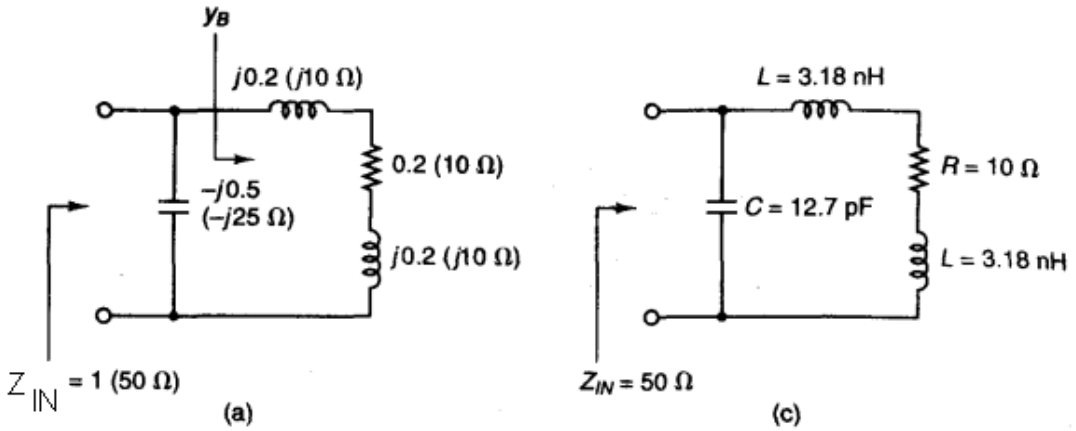


Рис. 4.12. Согласующие цепи, для согласования нагрузки $Z_{LOAD} = 10 + j10$ *Ом к сопротивлению 50 Ом*

Согласование с помощью этой цепи показано на рис. 4.13. Двигаясь от точки *A* [в которой $Z_{LOAD} = (10 + j10)/50 = 0.2 + j0.2$) к точке *B* по окружности с постоянным сопротивлением, получаем для нормированного импеданса индуктивности $z_L = j0.4 - j0.2 = j0.2$. Считаем, что точка *B* лежит на окружности с единичной проводимостью. Проводимость в точке *B* равна $y_b = 1 - j2$.

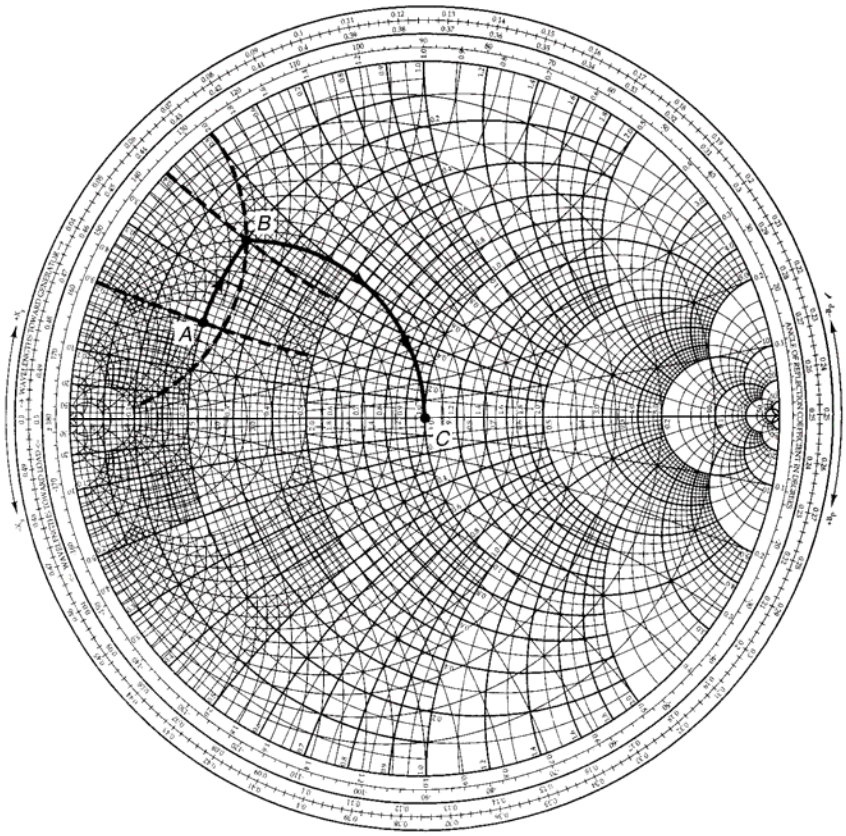


Рис. 4.13. Проектирование согласующей цепи с последовательной L и параллельной C

Движение от точки *B* к точке C (т.е. началу координат) выполняется по окружности с постоянной проводимостью, и в результате получаем емкостную проводимость $y_C = 0 - (-j2) = j2$ или $z_C = 1/j2 = -j0.5$.Таким образом, в точке *C*, $y_{IN} = z_{IN} = 1$(или $Z_{IN} = 50$ ом) и цепь согласована с *50*-омной линией. На частоте 500 МГц, величина *L* равна

$$L = \frac{10}{2\pi(500 \times 10^6)} = 3.18 \text{ нГн}$$

и величина C равна

$$C = \frac{1}{25(2\pi)500 \times 10^6} = 12.74 \text{ пФ}$$

Согласующая цепь на частоте 500 МГц показана на рис. 4.14a.

Вторая согласующая цепь показана на рис. 4.14b и спроектирована с помощью диаграммы Смита (рис. 4.15). Движение от *A* до *B* на рис. 4.15 выполняется вдоль окружности с постоянным сопротивлением; таким образом, нормированный импеданс последовательной емкости равен $z_C = -j0.4 - j0.2 = -j0.6$. Двигаясь от точки B к точке C по окружности равной проводимости; таким образом, адмитанс параллельной индуктивности становится равным $y_L = -j0.6 - j0.49 = -j1.09$ (или $z_L = 1/-j1.09 = j.0917$). Проектирование на диаграмме Смита на частоте 500 МГц показан на рис. 4.14c.

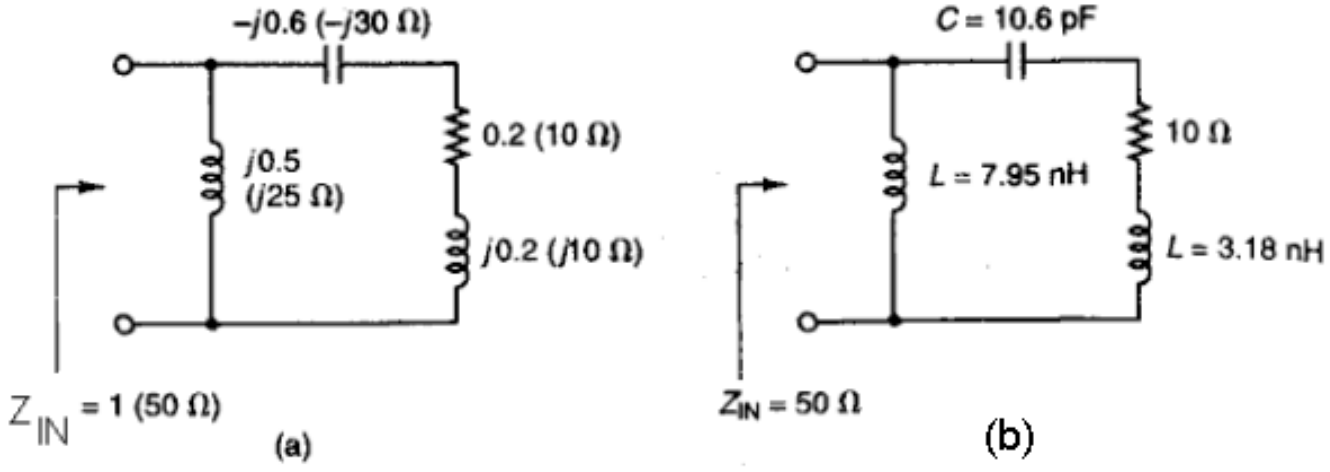


Рис. 4.14. Согласующая цепь, состоящая из параллельной индуктивности и последовательной емкости

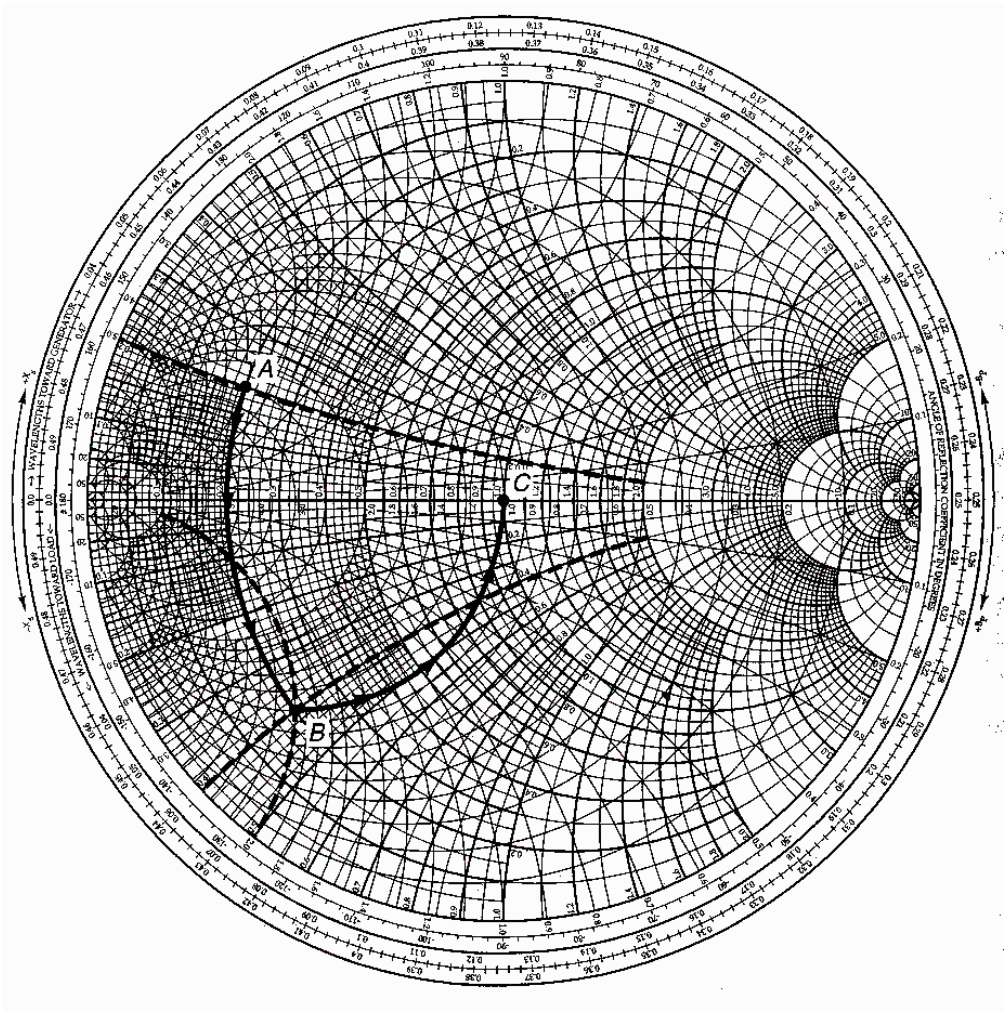


Рис. 4.15. Согласование с помощью согласующей цепи в виде последовательного C и параллельного L элемента

Задача 4.4

Спроектировать согласующую цепь, показанную на рис. 4.16 для трансформации 50 омной нагрузки к адмитансу $Y_{OUT} = (8 - j12) \times 10^{-3}$ См.

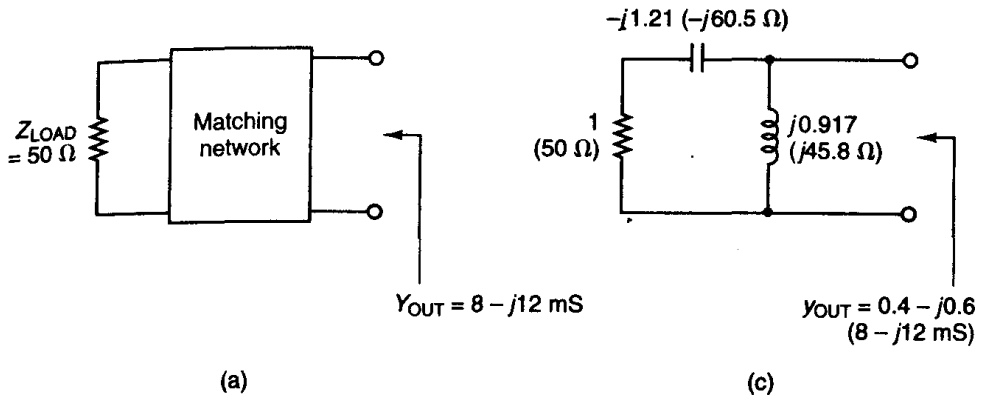


Рис. 4. 16. Согласующая цепь, проектируемая в примере 4.4

Решение. Рис. 4.17 показывает движение на *ZY* диаграмме Смита из центра (т.е. от $z_{LOAD} = 50/50 = 1$) к точке с комплексной проводимостью $y_{OUT} = 50(8 - j12) \times 10^{-3} = 0.4 - j0.6$. Движение от *A* к *B* выполняет последовательная емкость, имеющая сопротивление $z_C = -j1.21$. Движение от *B* к *C* производит параллельная индуктивность, имеющая адмитанс $y_L = -j0.6 - j0.49 = -j1.09$ (или $z_L = 1/-j1.09 = j0.917$). Согласующая цепь показана на рис. 4.16(c).

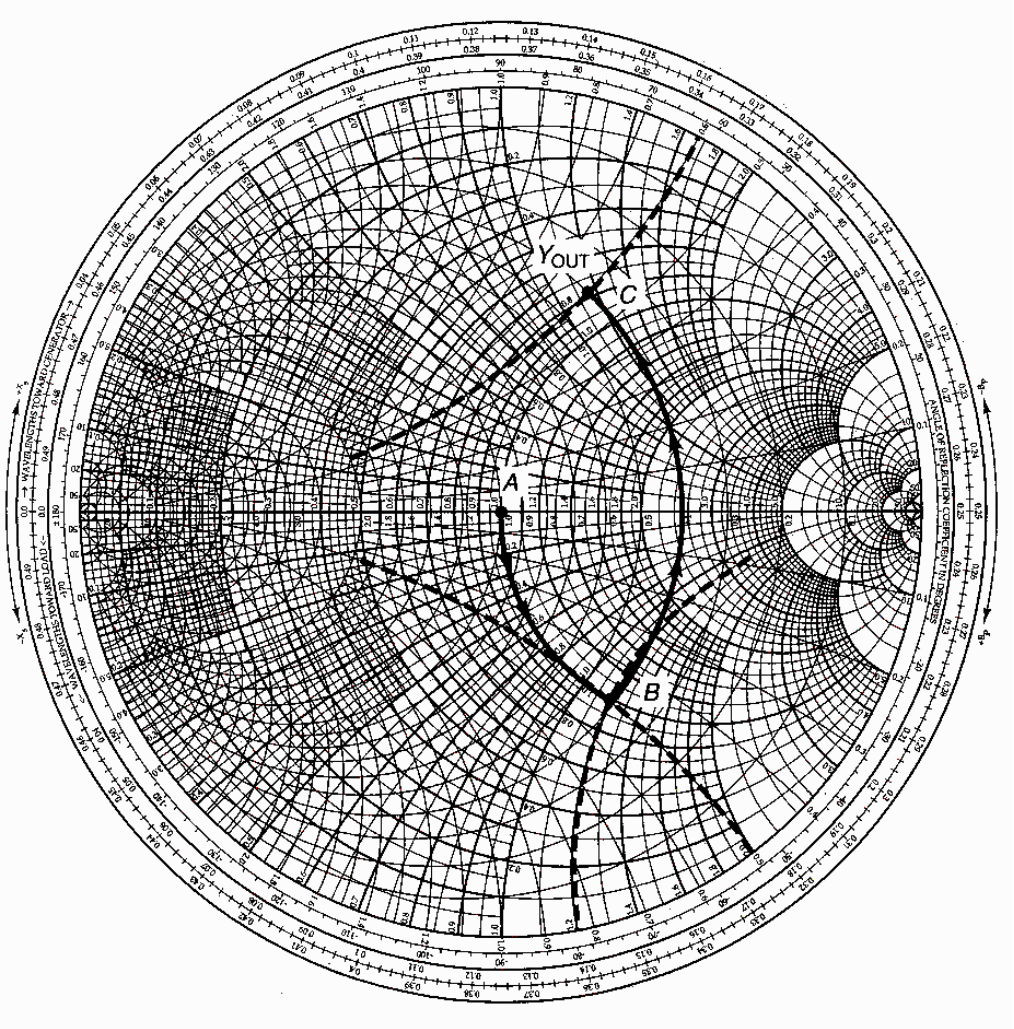


Рис. 4.17. Проектирование последовательной C- параллельной L согласующей цепи

Задача 4.5

Спроектировать согласующую цепь для трансформации нагрузки $Z_{LOAD} = 100 + j100$ ом ко входному импедансу $Z_{IN} = 50 + j20$ ом.

Решение. Используя нормализованную величину $Z_0 = 100$ ом, имеем $z_{LOAD} = Z_{LOAD} / Z_0 = 1 + j$ и $z_{IN} = Z_{IN} / Z_0 = 0.5 + j0.2$. Рис. 4.18 показывает одно из возможных решений для этой согласующей цепи. Движение от точки *A* к точке *B* выполняется параллельным конденсатором (Shunt C), нормализованный импеданс которого равен $y_C = j0.86 - (-j0.5) = j1.36$ (или $z_C = 1/y_C = -j0.735$).

Тогда импеданс емкости равен

$$Z_C = 100 z_C = 100(-j0.735) = -j73.5 \text{ Ом.}$$

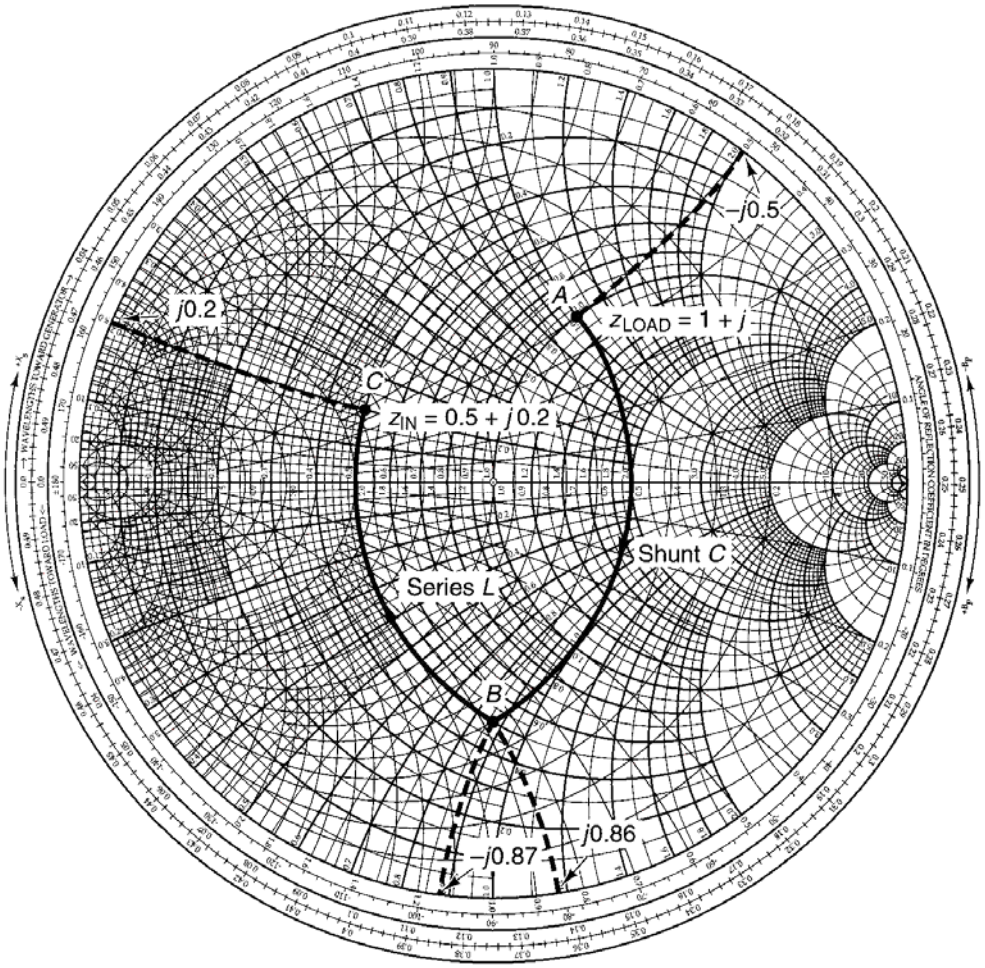


Рис. 4.18. Согласующая цепь, согласующая комплексный импеданс Z_{IN} используя параллельный C и последовательный L элемент

Движение из точки B в точку C требует нормализации импеданса индуктивности имеющей нормализованный импеданс $z_L = j0.2 - (-j0.87) = j1.07$.Тогда

$$Z_L = 100 z_L = 100(j1.07) = j107 \text{ Ом.}$$

Согласующая цепь, состоящая из Г-образного низкочастотного звена, показана на рис. 4.19.

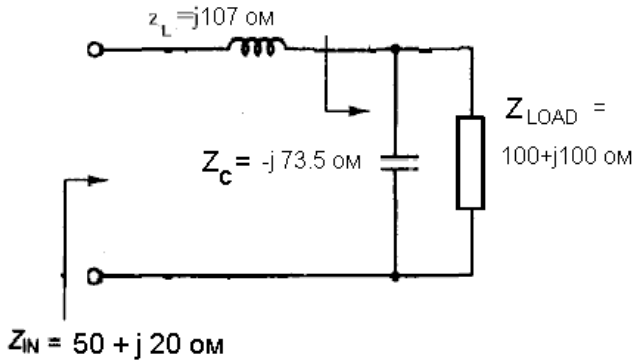


Рис. 4. 19. Согласование комплексной нагрузки к значению комплексного импеданса Z_{IN} с помощью параллельной емкости и последовательной индуктивности

Задача 4.6

Низкочастотная согласующая схема, показанная на рис. 4.20, была спроектирована для преобразования нагрузки 200 ом ко входному сопротивлению 20 Ом. Определить нагруженную добротность Q цепи.

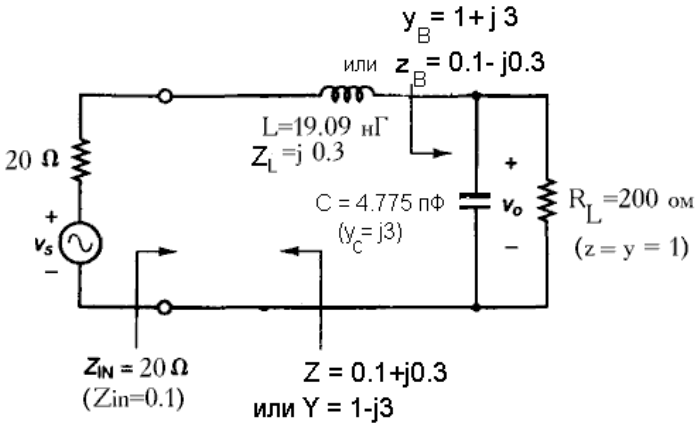


Рис. 4.20. Согласующая схема, согласующая 200 ом к сопротивлению 20 Ом

Решение. Из рис. 4.21, который показывает трансформацию цепи рис. 4.20, видим, что импеданс в точке **B** равен $z_B = 0.1 - j0.3$ Тогда добротность Q в этом узле схемы равна $Q_n = 0.3/0.1 = 3$. Также, считая, что нормализованный импеданс в сторону источника равен $z_B = 0.1 + j0.3$, получаем, что добротность $Q_n = 3$.

Поскольку в этой точке потери вызываются и со стороны нагрузки, и со стороны источника, то по определению нагруженной добротности Q_L следует, что

$$Q_L = \frac{Q_n}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

и ожидаемая полоса равна

$$BW \approx \frac{f_0}{Q_L} = \frac{500 \times 10^6}{1.5} = 333.33 \text{ МГц}$$

Частотная характеристика схемы, показанной на рис. 4.20 показывает, что $f_0 = 500$ МГц и $BW = 650 \times 10^6 - 275 \times 10^6 = 375$ МГц. Тогда $Q_L = \frac{500}{375} = 1.33$

Эта величина согласуется с ожидаемой полосой и добротностью Q_L.

Заметим, что чтобы получить высокое значение Q_L, Q в узле должно быть высокое. Для низкочастотной согласующей цепи, характеристики затухания для частот выше f_0 должны быть лучше, чем для частот ниже чем f_0. Для полосовых случаев, затухание гармоник выше f_0 более важно, и фильтры типа ELL будут обеспечивать затухание -12 дБ/октаву.

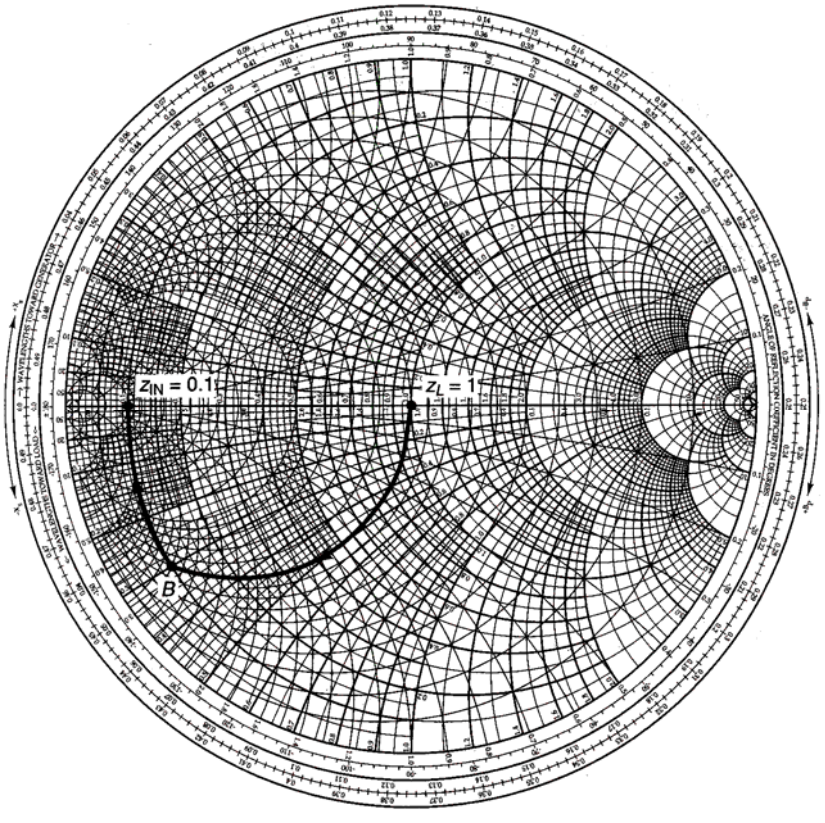


Рис. 4.21. Траектория согласования от точки $Z_L = 1$ до точки $Z_{IN} = 0.1$

Итак, в рассмотренных примерах было привлечено понятие добротности цепей и показано, как рассчитываются добротности и полоса пропускания межкаскадных согласующих цепей.

5. Проектирование согласующих цепей СВЧ усилителей

Задача 5.1

Спроектировать микрополосковые согласующие цепи на входе и выходе для усилителя, показанного на рис. 5.1, коэффициенты отражения которого во входном и выходном сечении которого в 50-омной системе, равны $\Gamma_s = 0.614 \angle 160°$ и $\Gamma_L = 0.682 \angle 97°$ (рис. 5.1).

Решение. ***Проект 1***. Блок-схема усилителя показана на рис. 5.2. Нормированные импедансы и адмитансы, связанные с Γ_s и Γ_L ,можно прочитать из диаграммы Смита, а именно:

$$y_s = \frac{1}{z_s} = \frac{1}{0.245 + j0.165} = 2.8 - j1.9$$

и

$$y_L = \frac{1}{z_L} = \frac{1}{0.325 + j0.83} = 0.4 - j1.05 .$$

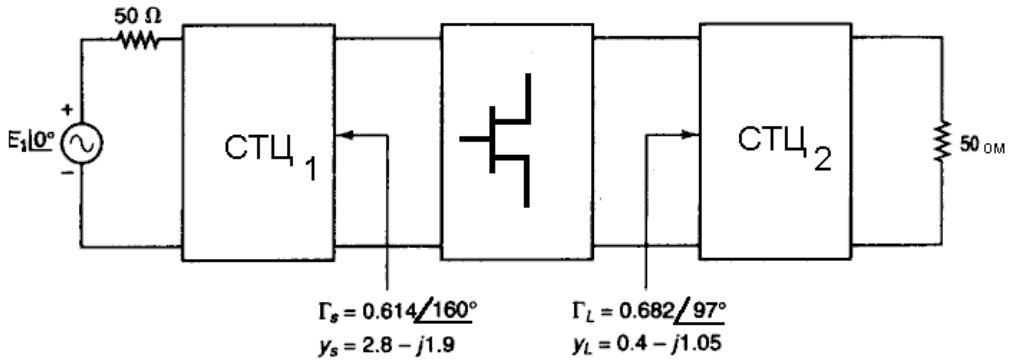


Рис. 5.1. Блок-схема усилителя

Для того чтобы рассчитать входную согласующую цепь, помещаем y_s на диаграмму Смита. Пусть согласующие цепи с микрополосковом исполнении имеют Г-образную структуру. Тогда траектория движения будет соответствовать рис. 5.2. Самая короткая длина микрополосковой линии получается при использовании параллельного шлейфа с открытым концом длиной 0.159λ сдвинутой от начала координат (т.е. 50 ом) к точке А на диаграмме Смита.

Затем используем длину линии передачи в 0.099λ для движения от точки A до точки y_s.

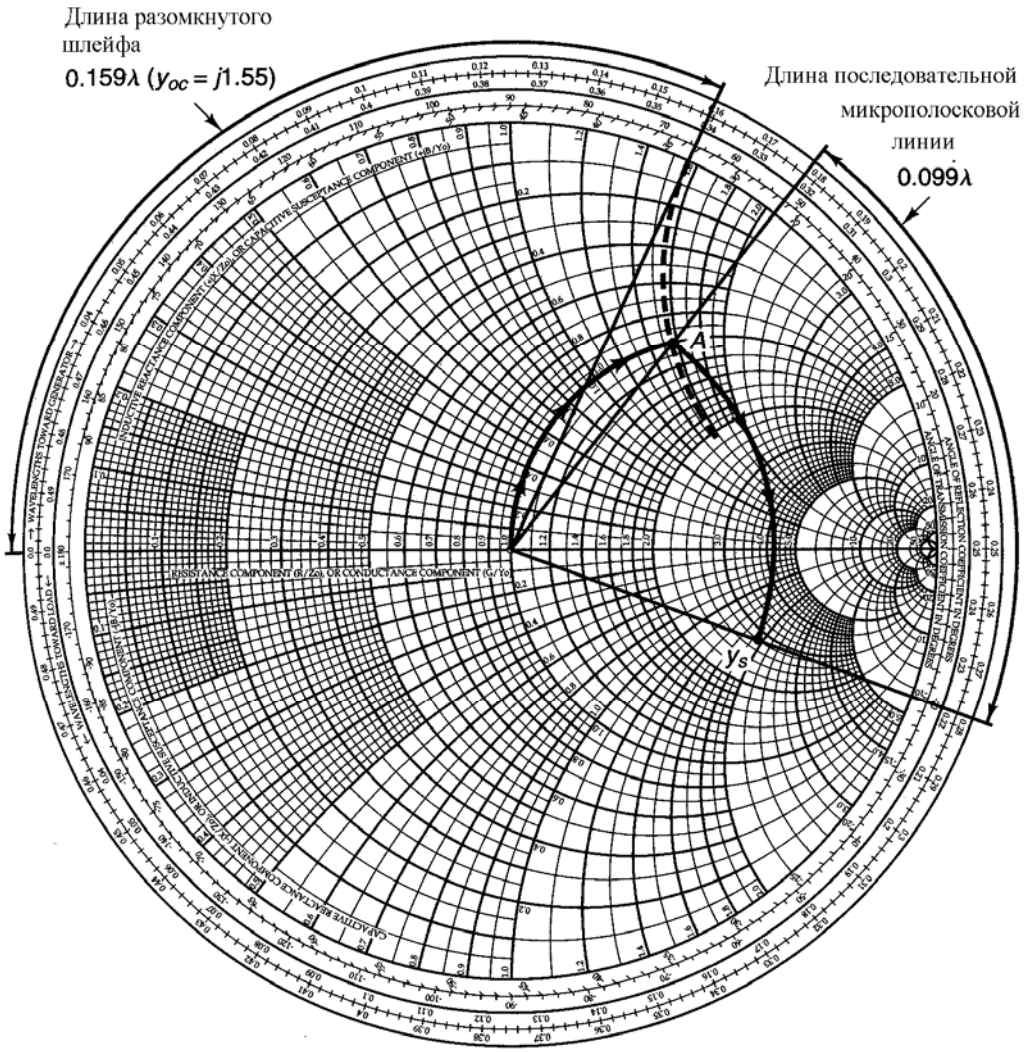


Рис. 5.2. Проектирование входной согласующей цепи

Выполним согласование на выходе. Для этого нанесем точку y_L (рис. 5.3) на диаграмму Смита и согласуем эту проводимость с помощью шлейфа. В этом случае, наиболее короткая длина микрополосковой линии получается при использовании КЗ шлейфа с длиной шлейфа 0.077λ, чтобы перейти от центра диаграммы к точке *B*. Затем эта последовательно включенная линия длиной 0.05λ используется для сдвига от точки *B к* y_L.

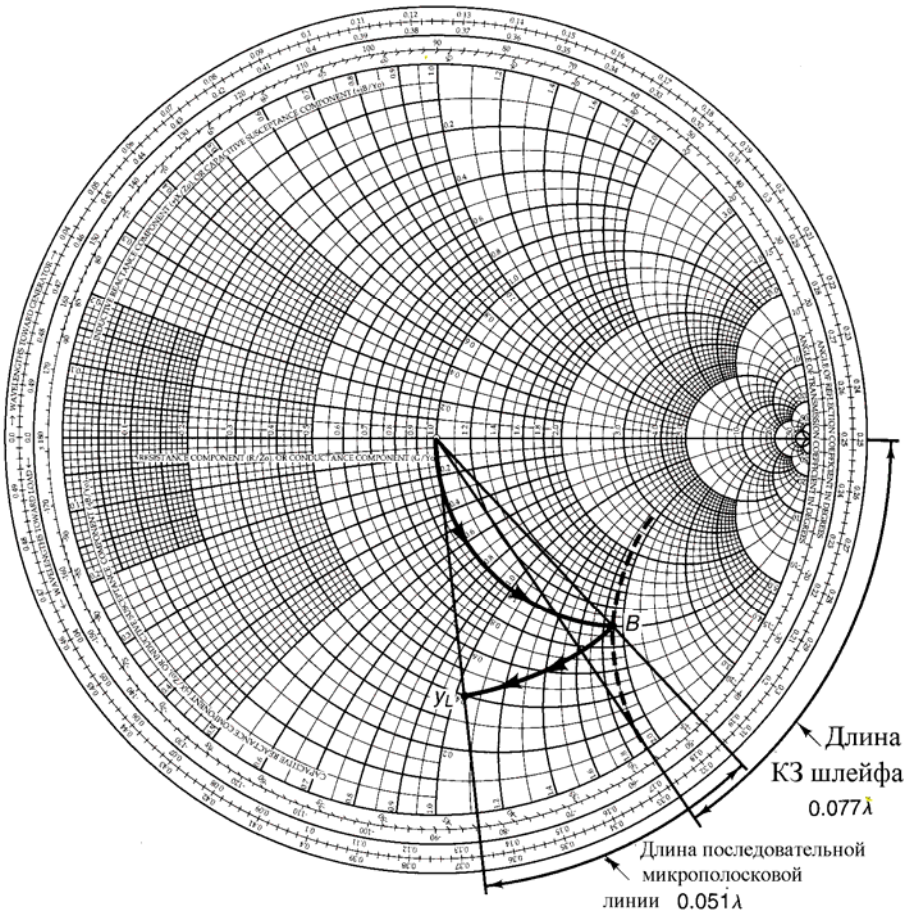


Рис. 5.3. Диаграмма Смита, показывающая согласование выходной согласующей цепи

Вся схема включает транзистор, согласующую схему на микрополосковых линиях и цепи смещения по постоянному току, показанные на рис. 5.4. Характеристические сопротивления всех микрополосковых линий равны 50 Ом.

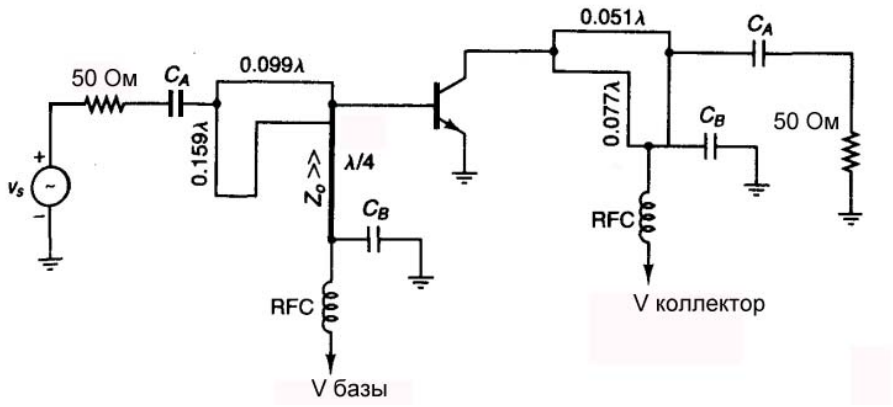


Рис. 5.4. Схема всего усилителя. Характеристические импедансы микрополосковых линий равны 50 ом

Конденсаторы C_A являются разделительными емкостями. Типичные вели-чины для бескорпусных конденсаторов лежат в пределах от 200 до1000 пФ, с высокой добротностью. Блокировочные емкости C_B (бескорпусные конден-саторы от 50 до 500 пФ) обеспечивают КЗ по ВЧ для линии длиной 0.077λ и четвертьволнового $\lambda/4$ короткозамкнутого шлейфа. Этот $\lambda/4$ шлейф с КЗ через C_B на высокоимпедансной линии (обозначенный $Z_0 >>$*),* обеспечивает путь для подачи смещения на базу. Он также обеспечивает разрыв для сигнала ВЧ по цепи смещения на базу транзистора. Наиболее практичная линия (т.е. с боль-шим Z_o*)* представляет собой $\lambda/4$ короткозамкнутый шлейф.

Для минимизации взаимного влияния между параллельным шлейфом и линией передачи, параллельные шлейфы обычно сбалансированы вдоль линий передачи. Схема усилителя, использующая сбалансированные параллельные шлейфы показана на рис. 5.5.

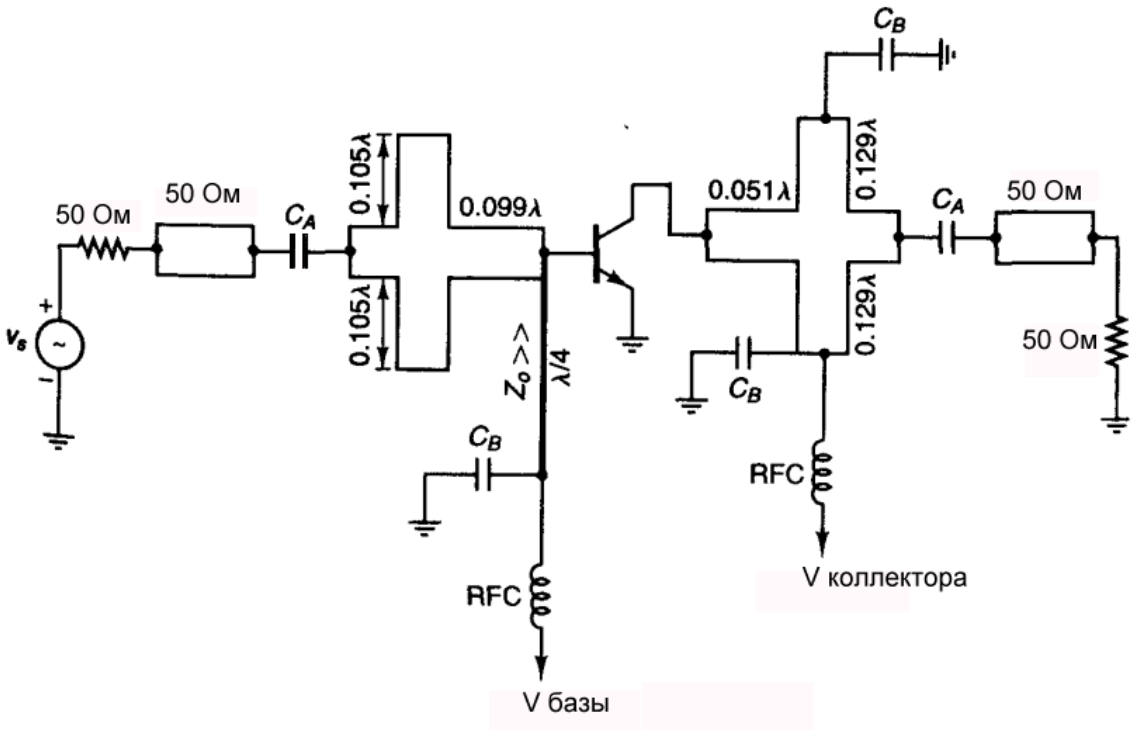


Рис. 5.5. Общая схема усилителя, использующая сбалансированные параллельные шлейфы. Характеристические импедансы микрополосковых линий равны 50 Ом

Эта схема также показывает, что с обоих сторон шлейфов были добавлены отрезки линий для моделирования площадок для пайки емкости C_A.

На рис. 5.5, два параллельных шлейфа должны обеспечить тот же самый им-педанс как один шлейф на рис. 5.4. Таким образом, адмитанс каждой стороны

балансного шлейфа дает общий импеданс. Для примера, каждая сторона входного балансного шлейфа должен иметь адмитанс $y = j1.55/2 = j0.775$. Используя диаграмму Смита, мы получаем, что длина каждой стороны шлейфа должна быть равна 0.105λ. Обратим внимание, что длина параллельного шлейфа на рис. 5.4 не равна общей длине балансных шлейфов на рис. 5.5. Простая проверка показывает, что адмитансы, в сечении со стороны линии передачи равны в обоих случаях.

Если используется материал «RT/Duroid» с проницаемостью $\varepsilon_r = 2.23$ и толщиной h = 0.7874 мм, то характеристический импеданс 50 ом получается, если W = 2.42 мм и $\varepsilon_{эфф} = 1.91$.

Длина микрополосковой линии в этом случае равна $\lambda = \lambda_0 / \sqrt{1.91} = 0.723\lambda_0$, где λ_0 = 30 см на частоте $f = 1$ГГц. Для характеристического импеданса 100 Ом в $\lambda/4$ линии, ширина должна быть W = 0.7 мм. Длины линий на рис. 5.5 равны

$$0.105\lambda = 2.28 \text{ см}$$

$$0.099\lambda = 2.15 \text{ см}$$

$$0.051\lambda = 1.10 \text{ см}$$

$$0.129\lambda = 2.80 \text{ см}$$

$$\lambda/4 = 5.43 \text{ см}$$

Проект 2: Этот метод реализации согласующих цепей использует микрополосковые линии с различными характеристическими импедансами, как показано на рис. 5.6.

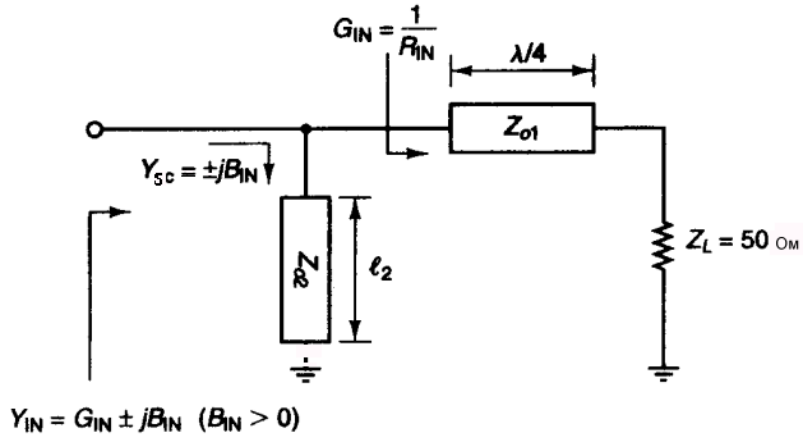


Рис. 5.6. Структура микрополосковых согласующих цепей (шлейф ХХ для входной СТЦ и КЗ для выходной СТЦ)

В этой задаче требуется трансформация сопротивления 50 ом в проводимость, равную $Y_S = (2.8 - j1.9)/50 = 0.056 - j0.038$ Сим. Для трансформации импеданса 50 ом в сопротивление $1/0.056 = 17.86\Omega$ может быть использован четвертьволновый трансформатор. Характеристический импеданс такого четвертьволнового трансформатора равен

$$Z_{01} = \sqrt{50(17.86)} = 29.9 \text{ Ом}$$

Разомкнутый параллельный шлейф может использоваться для получения адмитанса -j0.038 Сим. Таким образом, как показано на рис. 5.6, параллельный шлейф с открытым концом длиной $3\lambda/8$ выглядит как параллельная индуктивность имеющая импеданс $-jY_{02}$. Приравнивая $-jY_{02}$ величине -j0.038 Сим, мы находим, что характеристический импеданс Z_{o2} будет равен

$$Z_{o2} = \frac{1}{Y_{o2}} = \frac{1}{0.038} = 26.32 \text{ Ом.}$$

Если проектирование выполнено используя короткозамкнутый параллельно включенный шлейф (см. рис. 5.1),его длина должна быть равна $\lambda/8$ и Z_{o2} = 26.3 Ом.

Аналогично, для выходной согласующей цепи [Y_L = (0.4 -j1.05)/50 = 0.008 -j0.021 См], характеристический импеданс λ/4 линии

$$Z_{o1} = \sqrt{50(125)} = 79.1 \text{ Ом}$$

трансформирует нагрузку 50 ом в сопротивление величиной 1/0.008 = 125 ом.

Разомкнутый параллельный шлейф длиной $3\lambda/8$ и с характеристическим импедансом $Z_{o2} = l/Y_{o2}$ = 1/0.021 = 47.6 Ом дает требуемый адмитанс - j0.021 См.

Общая схема усилителя в Проекте 2 приведена на рис. 5.7.

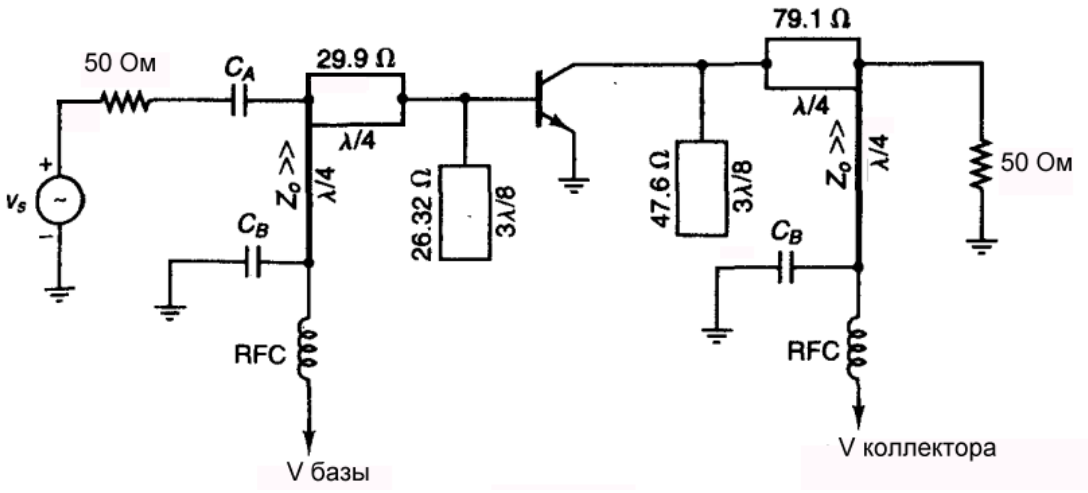


Рис. 5.7. Расчет согласующей микрополосковой цепи используя микрополосовые линии с различными характеристическими импедансами

На рис. 5.8 показывается усилитель, использующий балансные параллельные шлейфы длиной 3λ/8 для минимизации включаемой длины микрополосковой линии. Отметим, что длины балансных шлейфов имеют длины той же величины 3λ/8, но характеристический импеданс будет удвоен. Для примера, на рис. 5.6 каждая половина встроенного балансного шлейфа имеет адмитанс -j0.038/2 (поскольку каждая половина дает вклад половину в общий адмитанс). Таким образом, величина Z_{o2} для балансных шлейфов равна на входе Z_{o2}=2/0.038 = 52.6 ом.

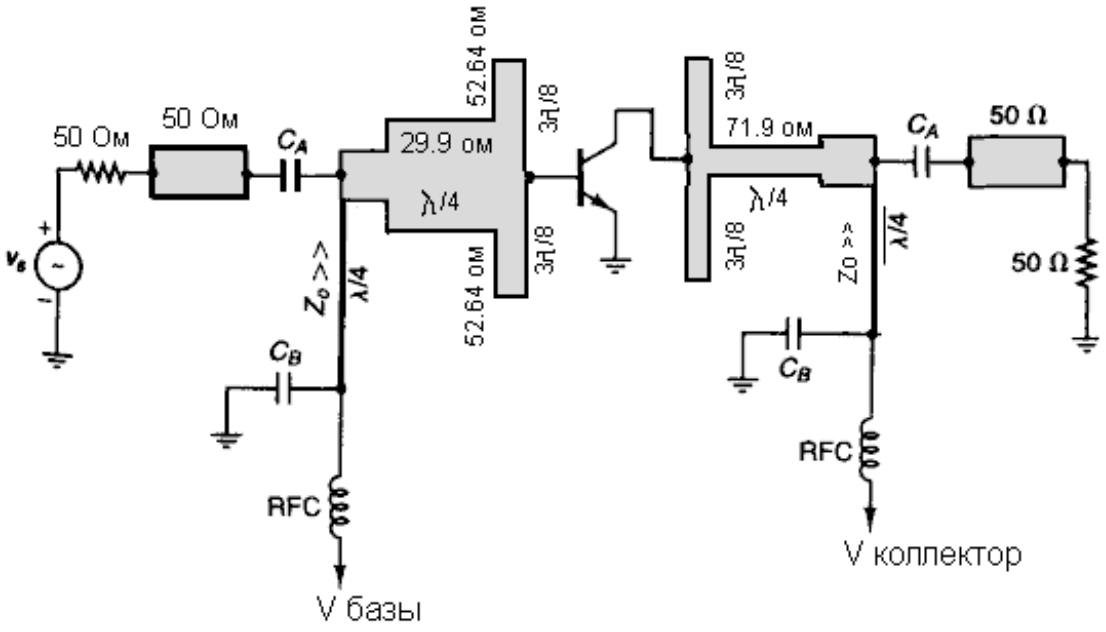


Рис. 5.8. Структура согласующей цепи на балансных шлейфах

Задача 5.2

Спроектировать микрополосковую согласующую цепь для трансформации нагрузки Z_L = 75 - j60 Ом во входной импеданс величины Z_{IN} = 15 + j30 ом.

Решение. В этом расчете, выберем Zo отличным от 50 ом, например Zo = 75 ом. С учетом опорного сопротивления Zo = 75 ом, согласующая цепь выполняет трансформацию нормализованной нагрузки z_L=Z_L/Zo=1-j0.8 (что можно видеть на XY диаграмме Смита) в нормализованный входной импеданс z_{IN} = Z_{IN}/Zo = 0.2 + j0.4 ом. Установим на Y диаграмме Смита две точки: точку y_L = 0.61 + j0.49 и точку $y_{IN} = 1 - j2$ и проанализируем, как с помощью структуры согласующей цепи рис. 5.9, выполнить шаги проектирования. Они показаны на рис. 5.10.

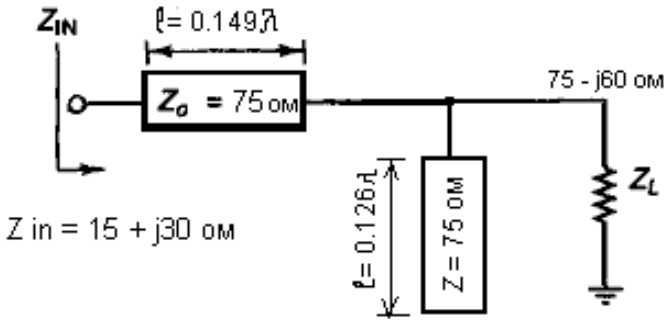


Рис. 5.9. Выходная согласующая цепь, реализованная в виде двух длинных линий

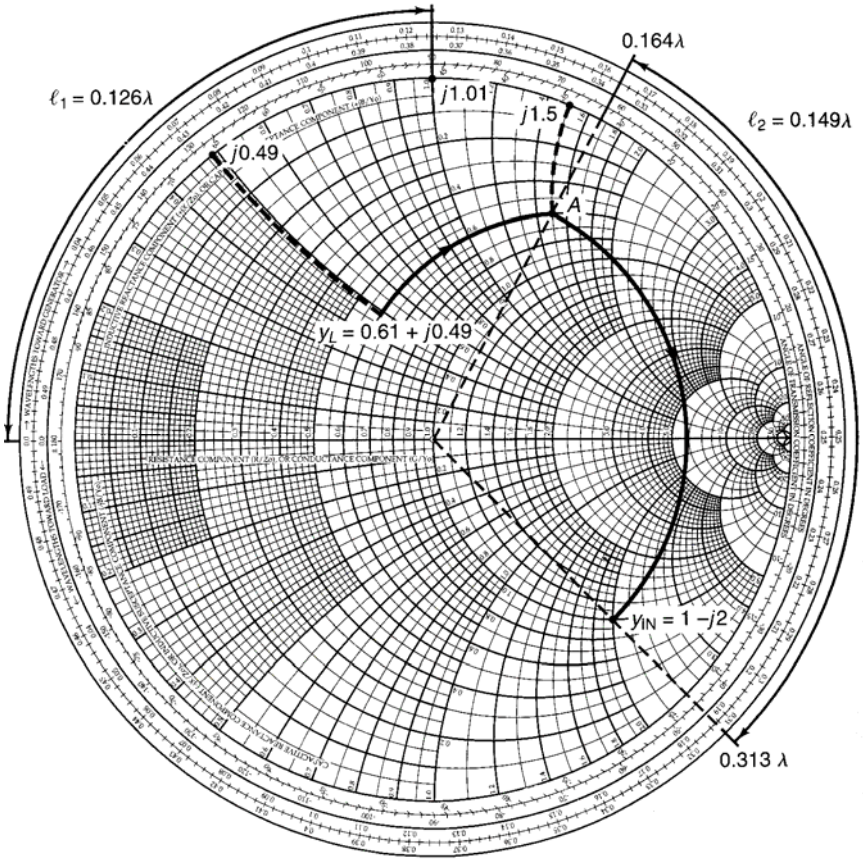


Рис. 5.10. Диаграмма Смита, на которой показано проектирование на Y диаграмме Смита, используя Z_o = 75 Ом

Из рис. 5.10 видим, что импеданс параллельного шлейфа, требующийся для сдвига от Y_L к точке *A,* равен j1.5 - j0.49 = j1.01. Этот адмитанс в точке *A* равен $y_a = 0.61 + j1.5$. Реактивный входной адмитанс $j1.01$ имеет разомкнутый шлейф с длиной $l_1 = 0.126\lambda$.

Последовательная линия с длиной $l_2 = 0.313\lambda - 0.164\lambda = 0.149\lambda$ сдвигает величину адмитанса вдоль окружности постоянного радиуса $|\Gamma|$, от точки А к точке с y_{IN}.

Задача 5.3

Спроектировать микрополосковую согласующую цепь на рис. 5.11 для трансформации *50* омной нагрузки ко входному импедансу $Z_{IN} = 33 + j50$ Ом.

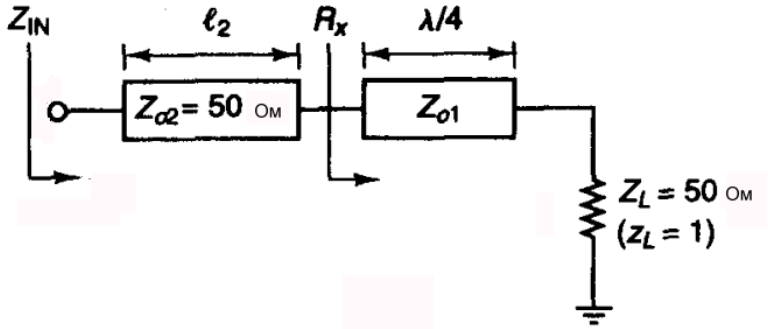


Рис. 5.11. Выходная согласующая цепь реализованная в виде двух длинных линий

Решение. Точка $z_{IN} = Z_{IN} / 50 = 0.66 + j1$ соответствует $Z_{IN,}$ показанному на рис. 5.12. Построив окружность равной $|\Gamma|$, проходящей через точку через z_{IN}, видим, что для структуры СТЦ рис. 5.11 активная часть входного сопротивления $r_x = 0.3$, или $R_x = 50(0.3) = 15$ Ом.

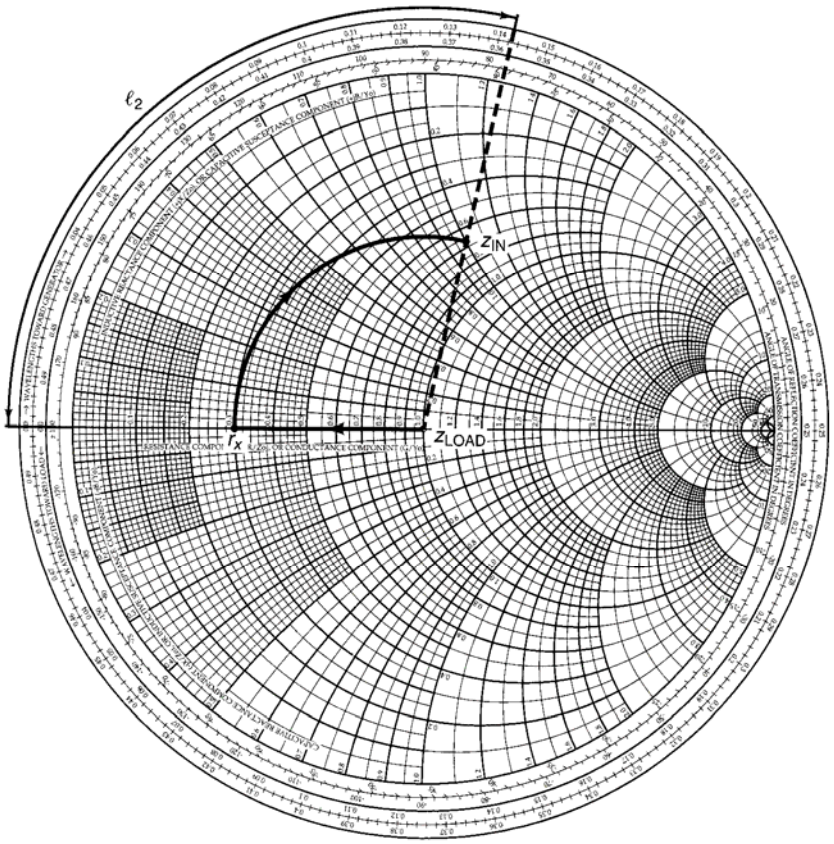


Рис. 5.12. Проектирование на Z диаграмме Смита, в результате чего результаты в Z_{o1} меньше, чем 50 ом

Для трансформации $Z_L = 50$ *О*м к величине $R_x = 15$ *О*м используем четверть-волновый отрезок линии. Характеристическое сопротивление линии $\lambda/4$ должно быть

$$Z_{o1} = \sqrt{50(15)} = 27.4 \text{ ОМ}$$

Теперь 50 омная последовательная линия передачи длиной $l_2 = 0.143\lambda$ дает входной импеданс равный $z_{IN} = 0.66 + j1$, или $Z_{IN} = 50(0.66 + j1) = 33 + j50$ Ом.

Если структура согласующих цепей содержит дискретные компоненты и микрополосковые линии передачи, то проектирование может также быть сделано, используя различные диаграммы Смита. Следующий пример иллюстрирует один из подходов.

Задача 5.4

(a). Генератор, спроектированный на частоту 2.5 ГГц использует выходную согласующую топологию, показанную на рис. 5.13. Длина микрополосковой линии показана для $\varepsilon_{эфф} = 1$ (т.е. для $v = c = 3$ x 10^{10} см/сек). Согласующая схема использует варакторный диод для управления частотой генератора. Определите коэффициент отражения Γ_L от СТЦ со стороны нагрузки.

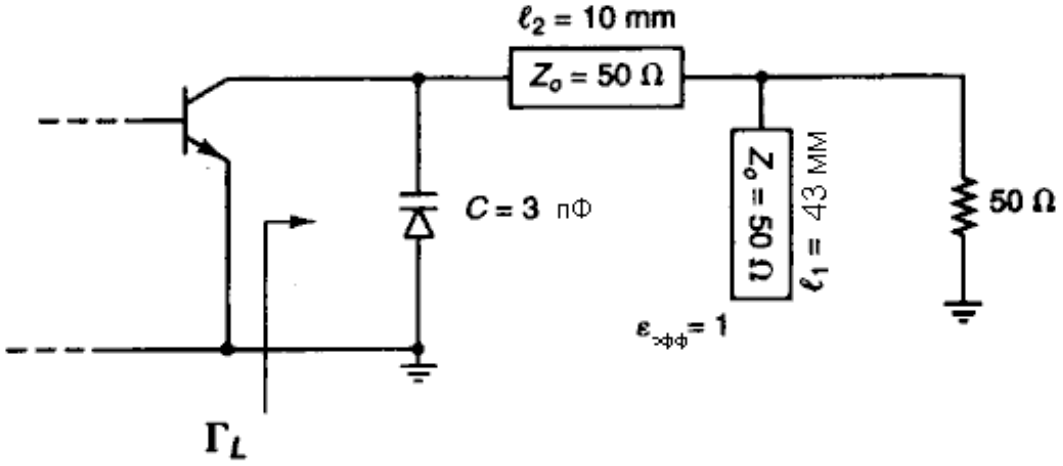


Рис. 5.13. Выходная согласующая цепь генератора

(b). Определите ширину, высоту и длину микрополосковой линии, если они сконструированы на поликоровой подложке ($\varepsilon_r = 9.6$).

Решение (а). Длина волны в свободном пространстве равна

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^{10}}{2.5 \times 10^9} = 12 \text{ см}$$

Тогда, согласно рис. 5.13, длина шлейфа $l_1 = 43$ mm (или $l_1 = 0.358\lambda_0$) и его адмитанс при разомкнутом конце $y_{oc} = -j1.25$. Этот параллельный шлейф работает как параллельно включенная индуктивность. Итак, величина сопротивления 50 ом в параллель с микрополосковой линией дает адмитанс $y_A = 1 - j1.25$, показанной как точка *A* на диаграмме Смита на рис. 5.14.

Длина последовательной микрополосковой линии $l_2 = 10$ mm (или $l_2 = 0.083\lambda_0$) выполняет согласование от точки *A* к точке *B* (см. рис. 5.14). Это движение по окружности с постоянным $|\Gamma|$. Проводимость в точке *B* равна $y_B = 0.41 - j0.53$. Тогда параллельная емкость варакторного диода (3 пФ или $y_C = j2.36$) перемещает адмитанс от точки *B* к точке *C*. В точке С адмитанс равен $0.41 + j1.83$, что соответствует величине $\Gamma_L = 0.83\angle -124.5^0$.

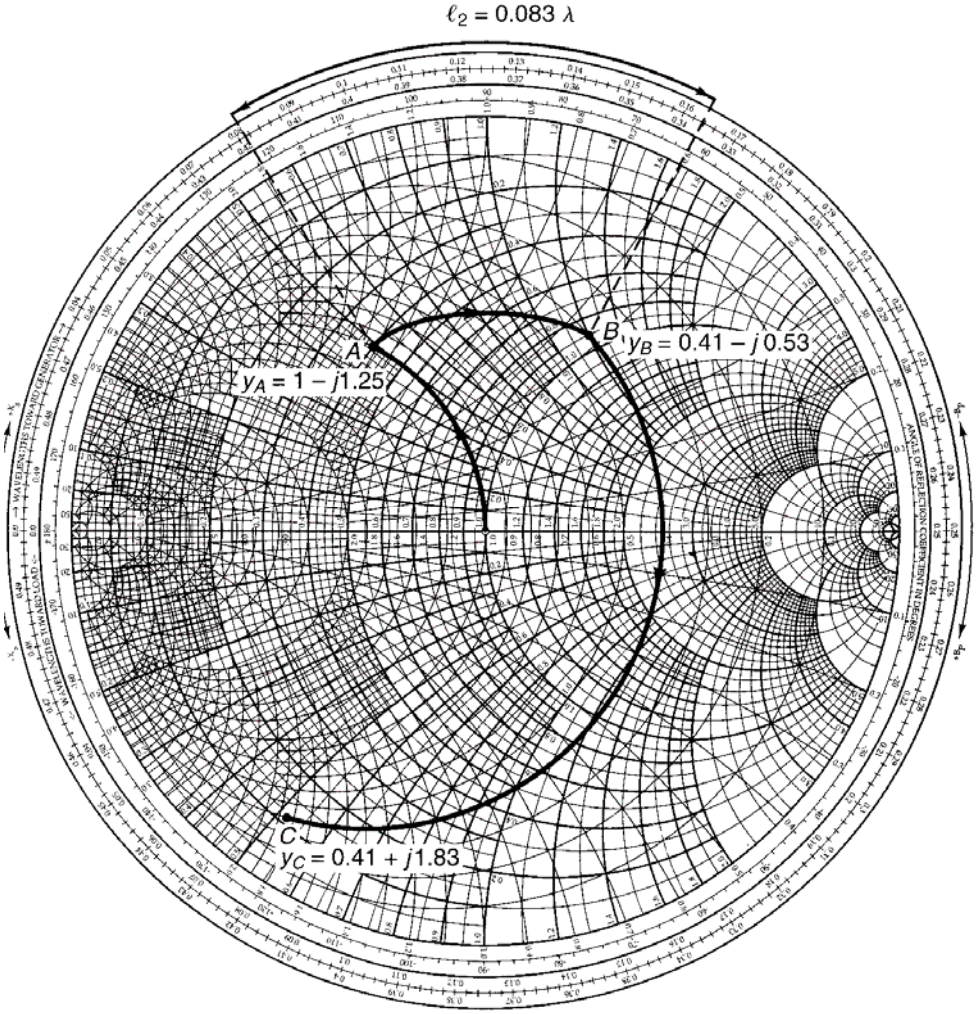


Рис.5.14. Расчет Γ_L используя Y диаграмму Смита

На практике емкость варакторного диода порядка единиц пФ. Предположим, что емкость равна 3 пФ при приложенном напряжении 4 В. Практическая схема смещения для варакторного диода и для транзистора показана на рис. 5.15.

(b). Если микрополосковая линия построена на подложке поликора с $\varepsilon_r = 9.6$, то, используя известные графики, характеристический импеданс 50 **Ом** может быть получен для ширины W = 24.7 милс и высоты подложки h = 25 милс.

Отсюда также следует, что $\varepsilon_{эфф} = 6.46$ (и длина волны $\lambda = \lambda_0 / \sqrt{\varepsilon_{эфф}} = 12 / \sqrt{6.46} = 4.72$ см) в поликоре. Тогда длина короткозамкнутого шлейфа, обозначенная как $l_1^{'}$ (рис. 5.15) равна

$$l_1^{'} = \frac{l_1}{\sqrt{\varepsilon_{ff}}} = \frac{43}{\sqrt{6.46}} = 16.9 \text{ мм},$$

а длина последовательной микрополосковой линии, равна

$$l_2^{'} = \frac{l_2}{\sqrt{\varepsilon_{ff}}} = \frac{10}{\sqrt{6.46}} = 3.93 \text{ мм}$$

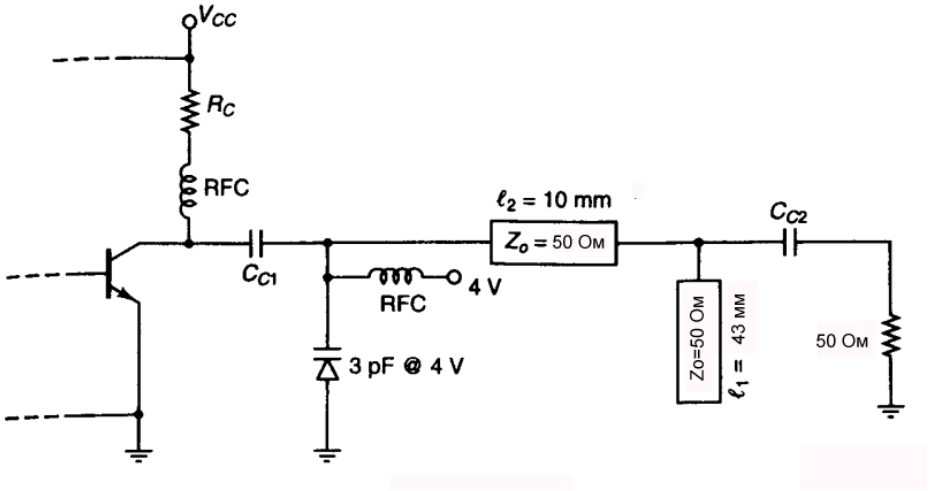


Рис. 5.15. Включение цепи для смещения варактора по постоянному току

Задача 5.5

Спроектировать трехэлементную микрополосковую согласующую цепь для трансформации 50-омной нагрузки к коэффициенту отражения нагрузки $\Gamma_L = 0{,}48 \angle 72^0$.

Решение. Будем решать эту задачу используя диаграмму Смита. Рис. 5.16 показывает Γ_L на диаграмме Смита, а также часть выбранной согласующей цепи, используя $Z_0 = 50$ Ом. Этот первый элемент трансформирует нормированный импеданс от точки *A* в точку *B* на рис. 5.17а.

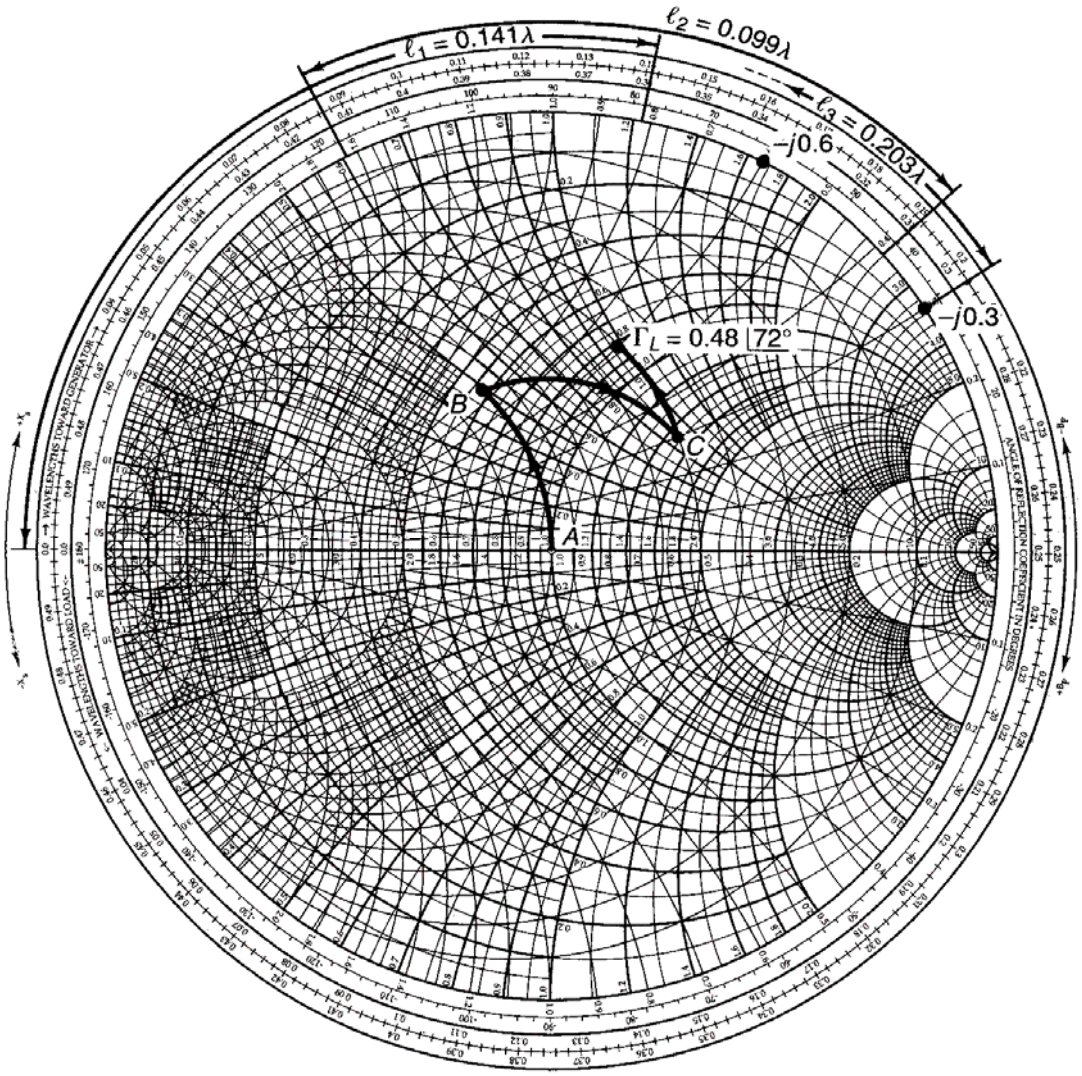


Рис. 5.16. Траектория согласования трехэлементной согласующей цепи на диаграмме

Этот нормализованный импеданс в *B* равен $y_B = 1 - j0.82$. Как показано на рис. 5.17, это может быть реализовано короткозамкнутым параллельным шлейфом длиной $l_1 = 0.141\lambda$. Второй элемент имеет адмитанс $y_C = 0.5 - j0.3$ в точке C. Этот элемент реализован отрезком микрополосковой линии длиной $l_2 = 0.099\lambda$. Окончательно, третий элемент изменяет реактивную проводимость вдоль линии с постоянной проводимостью окружности 0.5 от $-j0.3$ до $-j0.6$. Этот элемент будет реализован короткозамкнутым параллельным шлейфом

длиной $l_3 = 0.203\lambda$ (т.е. имеющей адмитанс $-j0.3$). Согласующая цепь показана на рис. 5.17.

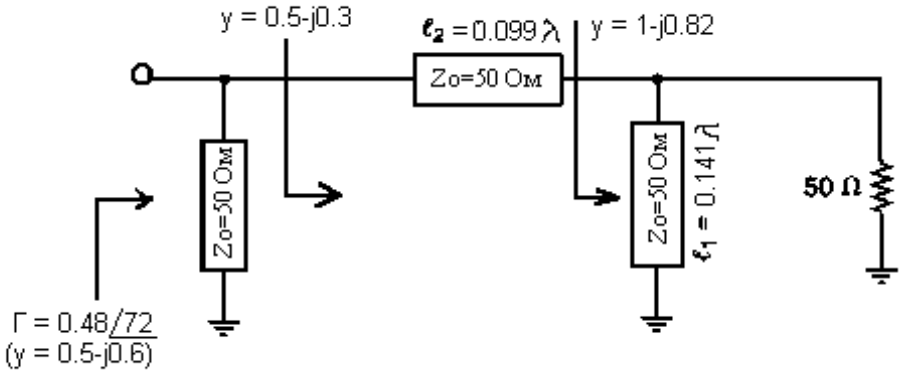


Рис. 5.17. Согласующая цепь примера 5.5

Дополнительные задачи

5.6 (a) Нанести на Z диаграмму Смита импеданс $Z = 100 + j100$ Ом, используя опорный импеданс 50 Ом.

(b) Найти величину нормированного адмитанса *y,* используя Z диаграмму Смита, и найти проводимость *Y* (т.е., $Y = yY_o = y/Z_o$).

(c) Найти *y,* используя *ZY* диаграмму Смита.

(d) Повторить задачи (a) до (c) для следующих импедансов: Z = 50 - j100 ом, Z = 25 - *j25 ом*, Z = j50 ом, и Z = j0 ом.

5.7 (a) Показать, что импедансы, имеющие отрицательную реальную часть (т.е. $z = -r + jx$) имеют коэффициент отражения, модуль которого больше 1.

(b) Доказать, что отрицательные резисторы могут быть нанесены на диаграмму Смита нанесением 1/Г* и интерпретацией окружностей сопротивления как отрицательные и реактансные окружности.

(c) Поместите на диаграмме Смита импедансы $Z_1 = -20 + j16$ Ом и $Z_2 = -200 + j25$ Ом найдите связанные с ними коэффициенты отражения. Нормируйте импедансы к 50 Ом.

(d) Решите задачу в части (c) на сжатой диаграмме Смита.

(e) Чему равен $|\Gamma|$ на границе сжатой диаграммы Смита?

5.8. Показать, что импеданс вдоль линии передачи повторяет сам себя через расстояние $\lambda/2$. Таким образом,

$$Z(d) = Z\left(d + \frac{n\lambda}{2}\right), \text{ n} = 1,2,3,\ldots$$

5.9. Показать, что импеданс вдоль линии передачи может быть выражен в форме

$$Z(d) = R(d) + jX(d) = |Z(d)|e^{j\theta_d}$$

где

$$R(d) = Z_0 \frac{1 - |\Gamma|^2}{1 - 2|\Gamma|\cos\phi + |\Gamma|^2}$$

$$X(d) = Z_0 \frac{2|\Gamma|\sin\phi}{1 - 2|\Gamma|\ \cos\phi + |\Gamma|^2}$$

$$|Z(d)| = Z_0 \sqrt{\frac{1 + 2|\Gamma|\cos\phi + |\Gamma|^2}{1 - 2|\Gamma|\cos\phi + |\Gamma|^2}}$$

$$\theta_d = \tan^{-1}\frac{X(d)}{R(d)} = \tan^{-1}\left(\frac{2|\Gamma|\sin\phi}{1 - |\Gamma|^2}\right)$$

$$\Gamma = |\Gamma_0|e^{j\phi}, \quad \Gamma = |\Gamma_0|e^{j\phi_l},\ \phi = \phi_l - 2\beta\ d$$

5.10.. Найти входной импеданс, коэффициент отражения от нагрузки и КСВ в линии передачи имеющей фазовую длину 90°, Z_o = 50 Ом, и нагруженную на нагрузку $Z_L = 50 + j100\,\Omega$. Решите эту задачу на Z и на *Y* диаграмме Смита.

5.11(a) Докажите, что очень большое нормированное сопротивление в линии передачи численно равно КСВН.

(b) Докажите, что очень маленькое нормированное сопротивление, включенное в линию передачи, численно равно 1/КСВН.

5.12 (a) Определить длину отрезка 50-омной линии передачи закороченной на конце, так что входной импеданс равен $Z_{IN}(l) = -j25$ ***Ом.***

(b) Определить длину 50-омного разомкнутого шлейфа, так что нормализованный входной импеданс равен $y_{in}(l) = j2$.

5.13. Нормированный адмитанс (с Z_0 = 50 Ом) однопортовой схемы показан на рис. 5.18 при изменении частоты от 500 ГГц до 1 ГГц. Определите эквивалентную схему для однопортовой схемы и величины элементов.

5.14 (a) В последовательной *RC* схеме, траектория которой показана на рис. 5.18, величина C = 50 пФ. Определите величины f_a and f_b.

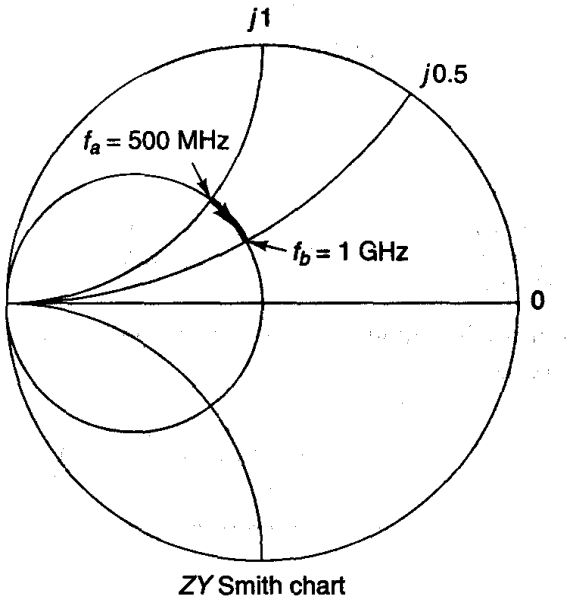


Рис. 5.18. Проектирование к задаче 5.14

(b) В данной задаче положим, что на частоте f_b = 1 ГГц нормированный импеданс равен *j0.6.* На частоте f_a = 500 МГц, нормированный импеданс становится равным j0.2. Определите эквивалентную схему для схемы двухполюсника и величины элементов. Рассмотрите случай, когда в этой задаче реактанс не увеличивается линейно с частотой.

5.15. Спроектировать 4 различных согласующих цепей типа лестничных низкочастотных прототипов для согласования нагрузки Z_{LOAD} = 10 + *j40* Ом с 50-Омной линией передачи.

5.16. Спроектировать согласующую цепь (рис. 5.19), которая обеспечивает нагрузку $Y_L = (4 - j4) \times 10^{-3}$ См для транзистора. Найти величины элементов на частоте 700 МГц.

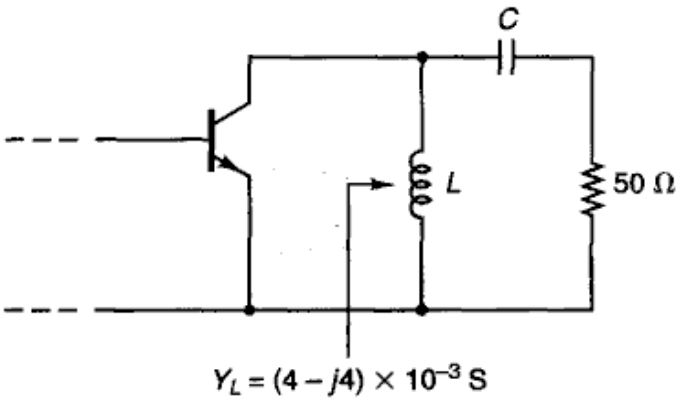


Рис. 5.19. Выходная согласующая цепь в виде структуры НЧ фильтра

5.17. Два типа согласующих цепей показаны на рис. 5.20. Выберите цепь, которая может согласовать нагрузку $Y_{LOAD} = (8 - j12) \times 10^{-3}$ См к 50-омной линии передачи. Найти величины элементов на частоте $f = 1$ ГГц.

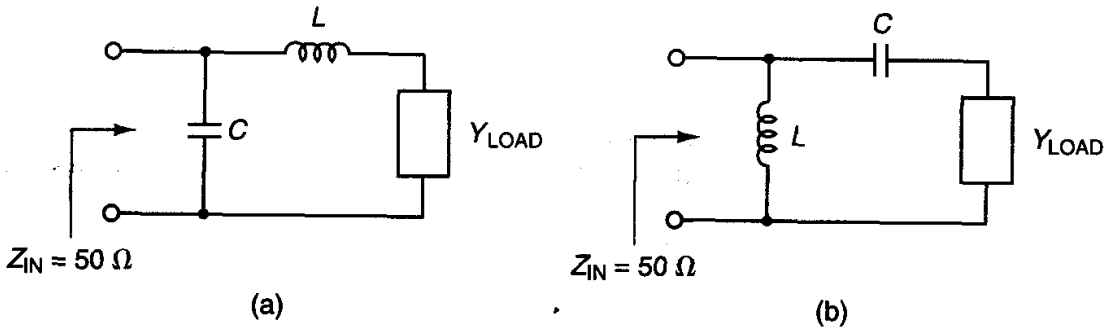


Рис. 5.20. Два возможных типа согласующих цепей

5.18. Покажите путь преобразования импеданса на *ZY* диаграмме Смита для схемы, показанной на рис. 5.21 при $\omega = 10^9$ *rad/s*, и рассчитайте Z_{IN}.

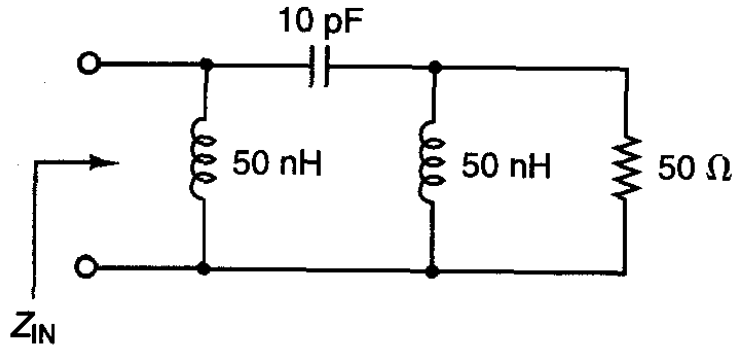


Рис. 5.21. Трехэлементная согласующая цепь

5.19. Спроектировать двухэлементную согласующую цепь для трансформации нагрузки Z_{LOAD} = 100 - j100 ом во входной импеданс Z_{IN} = 25 + *j25* Ом**.**

5.20 (a). Спроектировать согласующую цепь из двух последовательных линий и шлейфа для трансформации Z_{LOAD}= 50 Ом ко входному импедансу Z_{IN} =20 + j20 Ом с добротностью Q = 5.

(b). Спроектировать П-образную согласующую цепь для трансформации Z_{LOAD}= 50 Ом ко входному импедансу Z_{IN}= 25 Ом с добротностью Q = 2.5.

5.21 (a). Используйте рис. 2.5.2 и 2.5.3 [2] для расчета *W,* λ, и ε_{ff} для характеристического импеданса 50 Ом используя RT/Duroid® с ε_r = 2.23 и *h* = 0.7874 mm.
(b) Используя (2.5.8) … (2.5.11) чтобы показать, что для RT/Duroid® с ε_r = 2.23 и *h* = 0.7874 mm, *50 Ом* характеристический импеданс получается при *W/h* = 3.073 также , ε_{ff} = 1.91 и $\lambda = 0.7236\lambda_0$.

5.22. Индуктивность 10 нГ показана на рис. 5.22, будет включена на частоте 1 ГГц, используя микрополосковую замкнутую линию с Z_0 = 50 Ом. Материал микрополосковой линии имеет ε_r = 6 и *h = 25* mils. Определите ширину и длину линии.

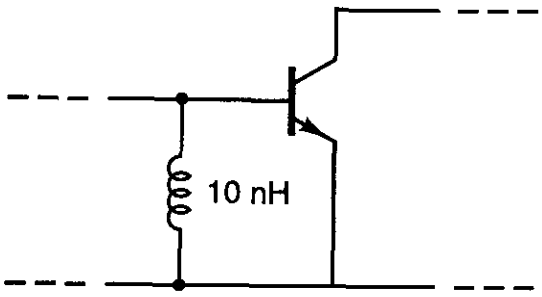


Рис. 5.22. Каскад с индуктивностью на входе

5.23 (a). Спроектируйте согласующую цепь, показанную на рис. 5.23 для трансформации 50 омной нагрузки во входной импеданс Z_{IN} = 100 — j100 ом .

(b). Чему равна длина l_1 , если короткозамкнутый шунт заменить разомкнутым шунтом?

(c). Повторите часть (a) и (b) для Z_{IN} = 100 + j100 Ом.

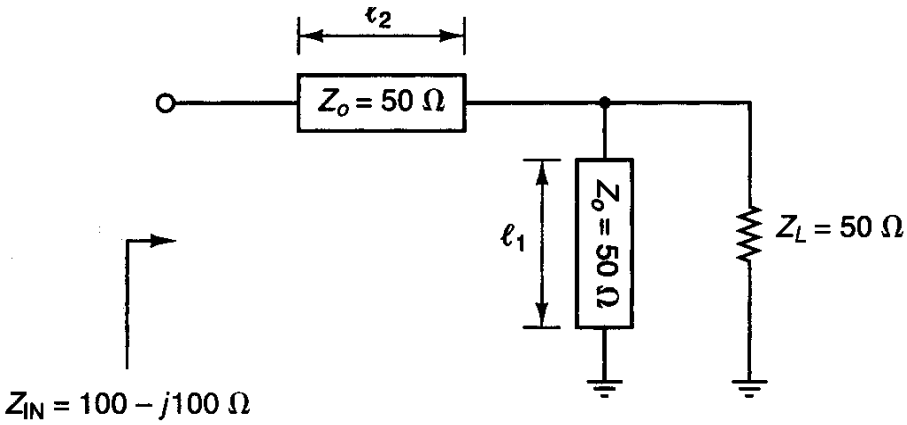


Рис. 5.23. Схема согласующей цепи

5.24 (a). Спроектировать согласующую систему с одним шлейфом (см. рис. 5.24) для согласования нагрузки $Z_L = 15 + j25$ Ом и 50 Омной линии передачи. Характеристический импеданс короткозамкнутого шлейфа равен 50 Ом.

(b) Спроектируйте согласующую систему из одного шлейфа на рис. 5.24, считая, что характеристический импеданс шлейфа равен 100 Ом.

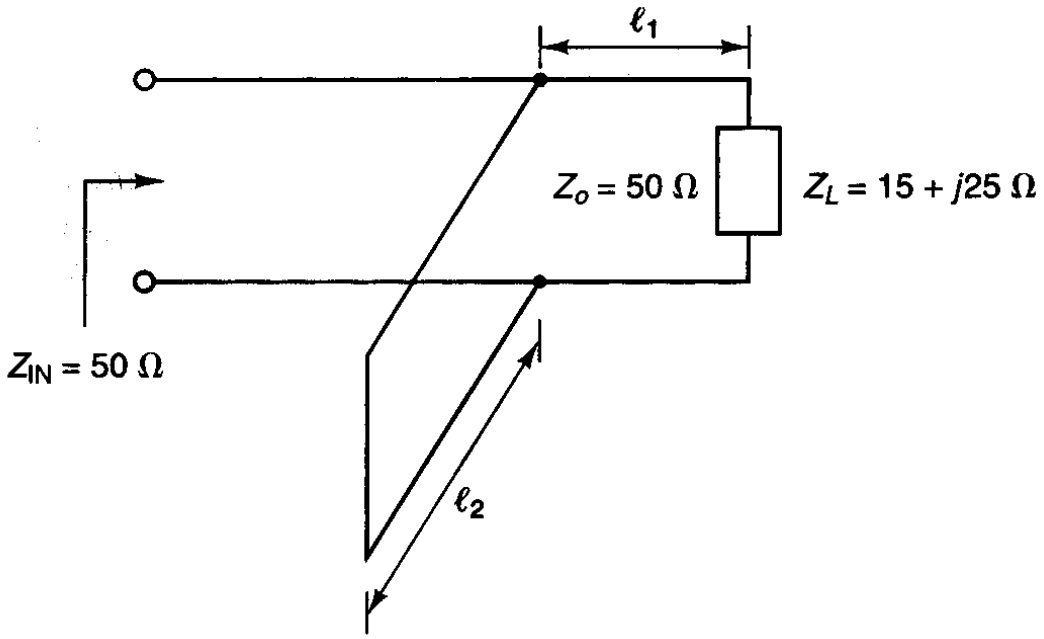


Рис. 5.24. Согласующая цепь с КЗ шлейфом

5.25. Спроектировать согласующие схемы, показанные на рис. 5.25 для трансформации *50 омной* нагрузки ко входному импедансу, показанному на рис. 5.25.

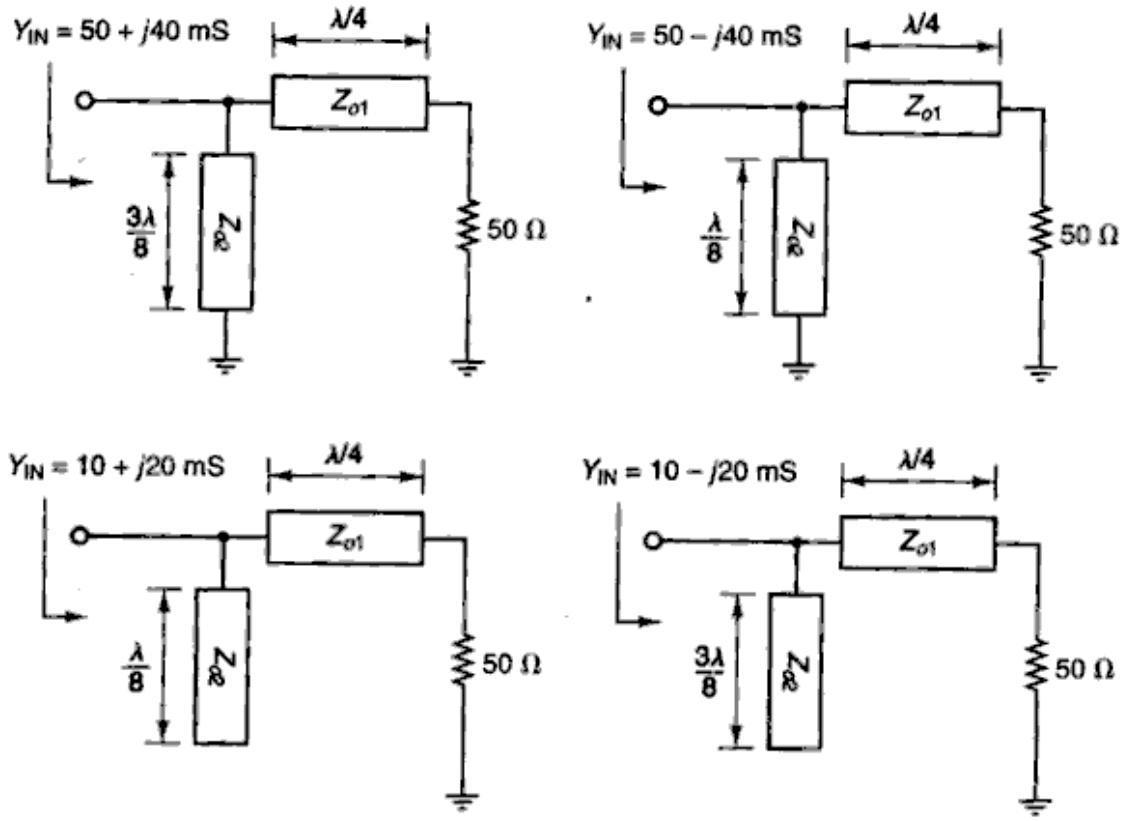


Рис. 5.25. Четыре типа согласующих цепей

5.26 (a). Спроектируйте согласующую цепь, показанную на рис. 5.26 для обеспечения коэффициента отражения от источника в сечении входа транзистора $\Gamma_s = 50\angle 90^0$. На рис. 5.26 может быть выбрана приблизительная длина для закороченного шлейфа (т.е., $\lambda/8$ или $3\lambda/8$).

(b) Спроектируйте согласующую схему с параллельно включенным шлейфом на входе.

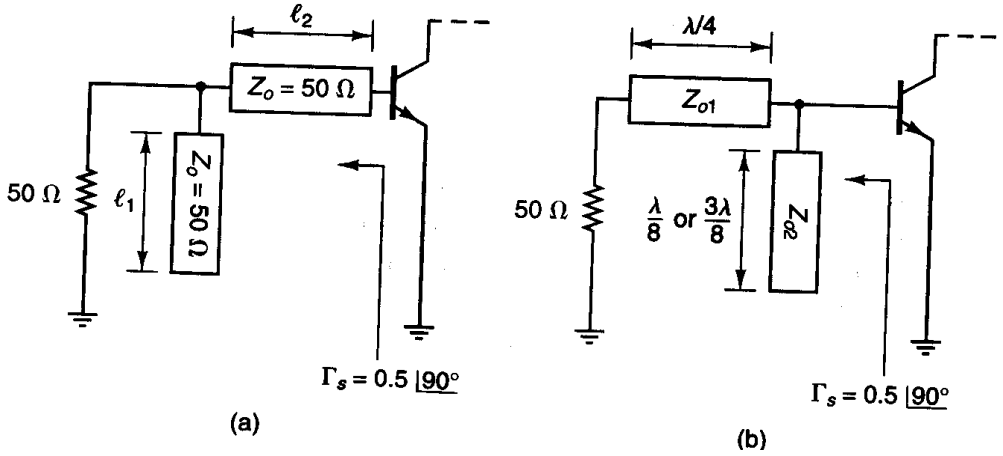


Рис. 5.26. Структура согласующих цепей

5.27. В схеме, показанной на рис. 5.27, балансный шлейф имеет длину $3\lambda/8$ и был спроектирован с характеристическими импедансами 52.64 Ом и 95.2 Ом**,** соответственно. Рассчитать длину балансного шлейфа, если характеристические импедансы равны 26.32 Ом и 47.6 Ом*,* соответственно.

5.28 (a). Спроектировать согласующую схему на рис. 5.27 для создания коэффициента отражения $\Gamma_L = 0.4\angle -120^0$ к транзистору. Приблизительная длина для балансного шлейфа должна быть выбрана (т.е. $\lambda/8$ или $3\lambda/8$). **(b)** Спроектируйте длину балансного шлейфа, если импеданс Z_{o2} изменен до значения $Z_{o2}/2$.

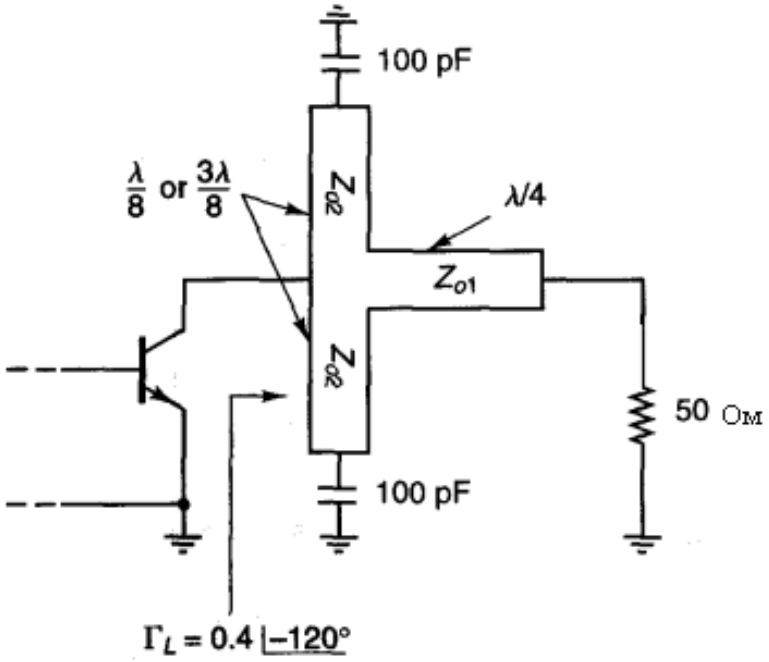


Рис. 5.27. Выходная согласующая структура примера 5.29

5.29. Спроектировать согласующие цепи из двух микрополосковых линий для усилителя, если коэффициенты отражения на частоте f = 800 МГц, в 50-Омной системе, равны $\Gamma_s = 0.8\angle 160^0$ и $\Gamma_L = 0.7\angle 20^0$. Покажите схему всего усилителя используя балансные шлейфы.

5.30 (a) Определить величину Γ_s на рис. 5.28.

(b) Определить величину Γ_s на рис. 5.28. Покажите, что емкость 100 пФ становится короткозамкнутым элементом для ВЧ сигнала.

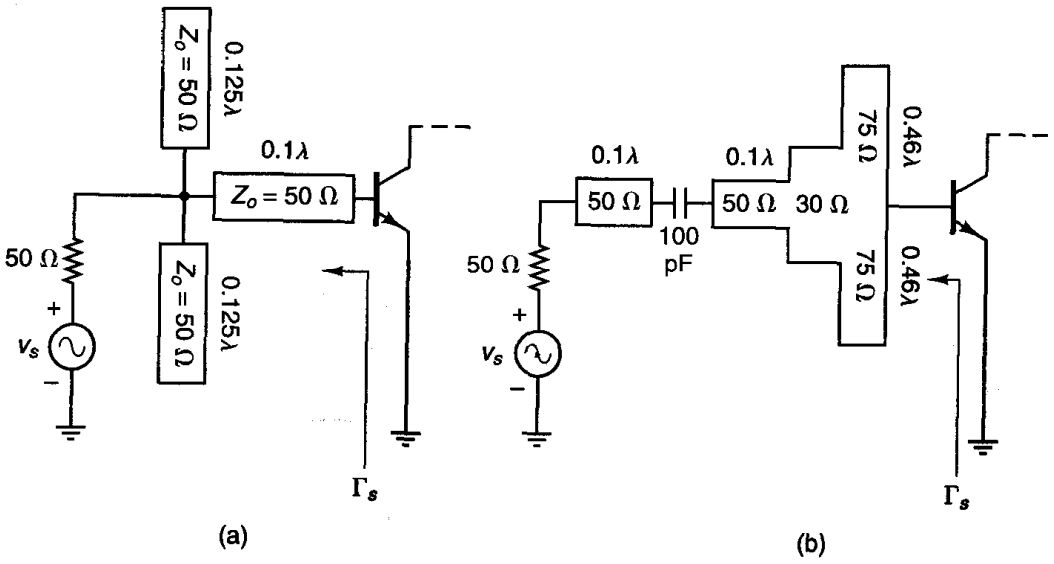


Рис. 5.28. Входные согласующие структуры для примера 5.31

5.31 (a) Определить величину Γ_L на рис. 5.29. Длины показаны для $\varepsilon_{эфф} = 1$ и $f =$ 6 ГГц.

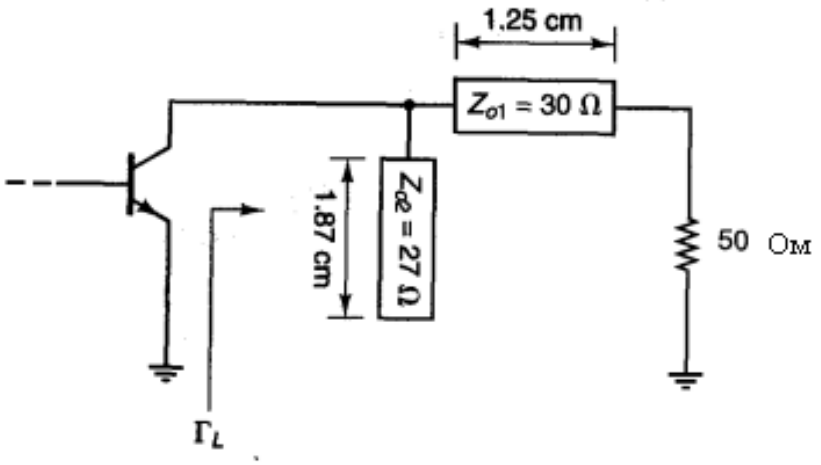


Рис. 5.29. Выходная согласующая структура транзисторного СВЧ усилителя

(b) Спроектируйте согласующую структуру с параллельным шлейфом на входе.

5.32. Входная согласующая цепь (рис. 5.30) была спроектирована для получения заданного усиления транзисторного каскада. Если входной коэффициент отражения равен $\Gamma_{IN} = 0.5\angle 100^0$, определите величину импеданса Z_A видимого со стороны источника.

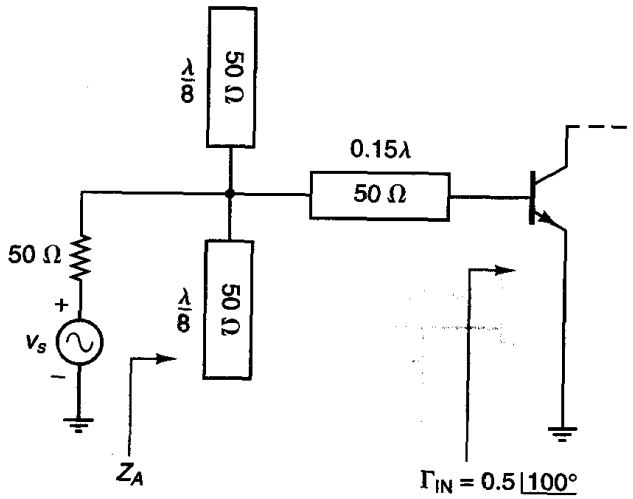


Рис. 5.30. Входная согласующая структура с балансными шлейфами

5.33. Рассчитать микрополосковую согласующую цепь для трансформации импеданса нагрузки Z_L = 50 - j50 Ом ко входному импедансу Z_{IN} = 25 + *j25 Ом* на рис. 5.31.

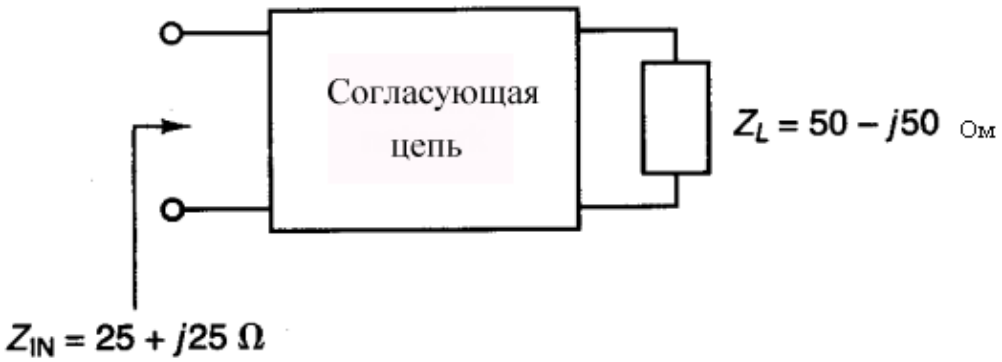


Рис. 5.31. Согласующая цепь в виде блока

5.34. Используя диаграмму Смита, а также аналитические соотношения, рассчитать величину Γ_L на рис. 5.32.

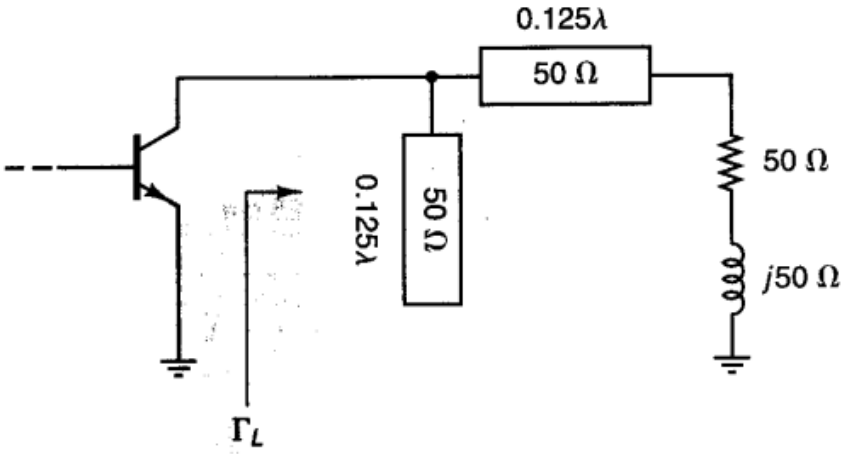


Рис. 5.32. Выходная согласующая структура транзисторного СВЧ усилителя

5.35. Спроектировать двухэлементную согласующую цепь, как показано на диаграмме Смита (рис. 5.33), которая обеспечит $\Gamma_s = 0.57\angle 116^0$.

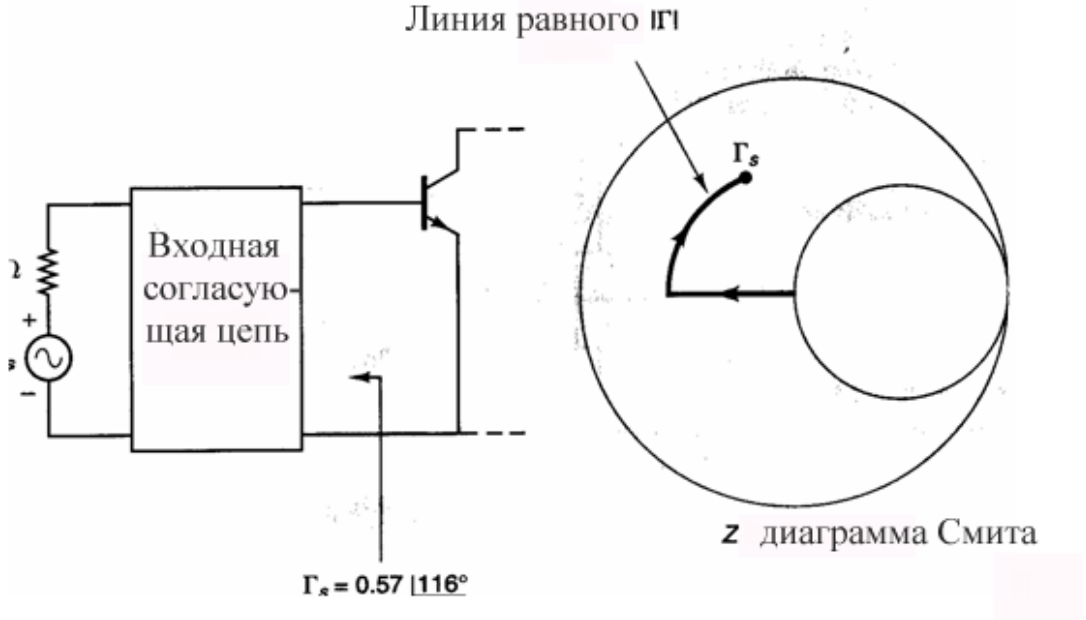


Рис. 5.33. Входная согласующая цепь и траектория на диаграмме Смита

5.36. Спроектировать согласующие цепи на рис. 5.34. для согласования нагрузки Z_L = 100 + j100 Ом с 50-Омной линией передачи.

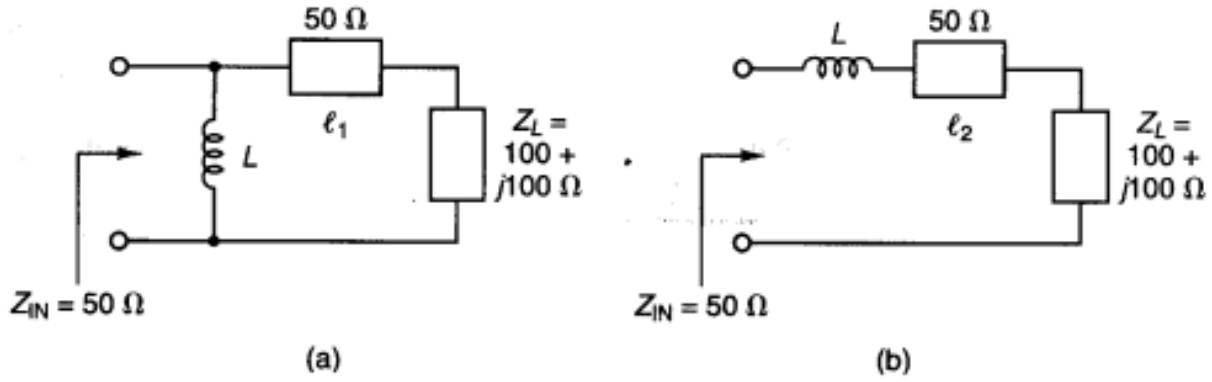


Рис. 5.34. Согласующие цепи для задачи 5.36

5.37. Спроектировать согласующую цепь на рис. 5.35 для согласования 50-Омной нагрузки с импедансом Z_{IN}.

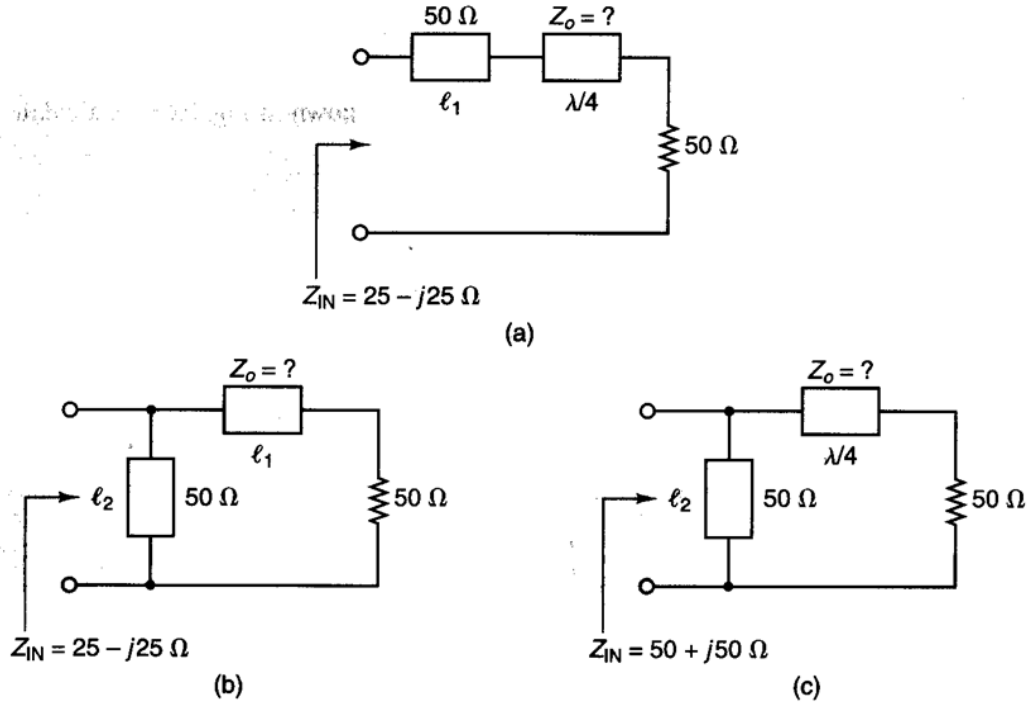


Рис. 5.35. Согласующие цепи к задаче 5.37

5.38 (a) Выходная часть СВЧ усилителя показана на рис. 5.36. Рассчитать $(КСВН)_{out}$ если $\Gamma_{out} = 0.682\angle -97^0$

(b) Убедитесь, что $Z_b = 50$ Ом при $\Gamma_L = \Gamma^*_{OUT}$.

(c) Рассчитать $(КСВН)_{out}$ если $\Gamma_{out} = 0.5\angle -60^0$.

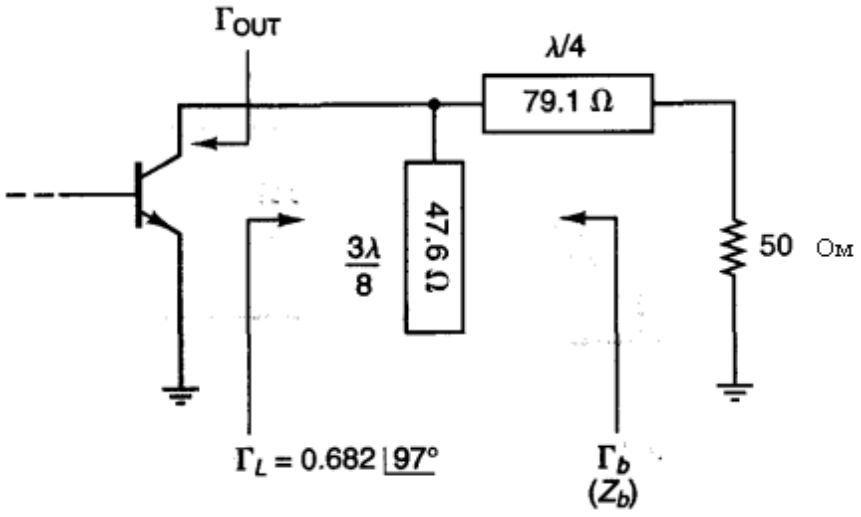


Рис. 5.36 Выходная согласующая цепь

5.39 (a) Входная часть СВЧ усилителя показана на рис. 5.37. Рассчитайте $(КСВН)_{in}$ если $\Gamma_{IN} = 0.545\angle -77.7^0$.

(b) Убедитесь, что $Z_a = 50$ Ом, когда $\Gamma_s = \Gamma_{IN}^*$.

(c) Рассчитать $(КСВН)_{out}$ если $\Gamma_{IN} = 0.4\angle 45^0$.

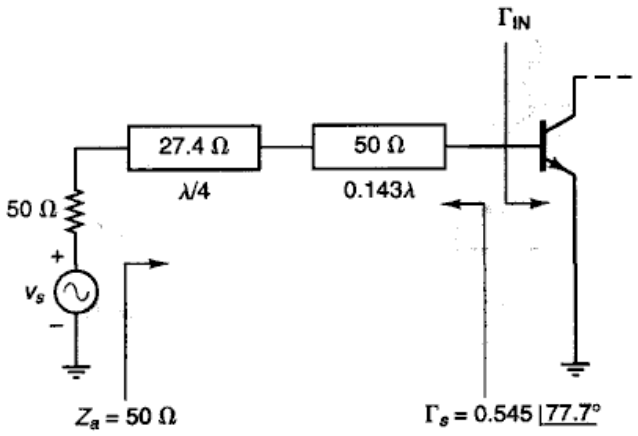


Рис. 5. 37. Входная согласующая структура транзисторного СВЧ усилителя

Итак, в этом разделе показано применение диаграммы Смита для важного в практике проектирования случая расчета согласующих цепей транзисторных СВЧ усилителей.

Литература

1. Р. Карсон. Высокочастотные усилители. Под редакцией В.Р. Магнушевского,М., «Радио и связь, 1981, 216 стр.
2. Ф.Смит. Круговые диаграммы в радиоэлектронике. «Связь», М., 1976, 142 стр.
3. Д.М. Сазонов, А.Н. Гридин, Б.А. Мишустин. Устройства СВЧ. М., "Высшая школа", 1981, 295 стр.
4. Разевиг В.Д., Потапов Ю.В., Курушин А.А. Проектирование СВЧ устройств с помощью Microwave Office. Под ред. В.Д. Разевига, М., СОЛОН-Пресс, 2003, 496 стр (Серия "Системы проектирования"), 496 стр.
5. G. Gonzalez. Microwave Transistor Amplifiers. Analysis and Design. N-Y, 1996, 506 pp.

Оглавление

Проектирование СВЧ устройств
с использованием электронной диаграммы Смита

0. Введение…….. 3
1. Диаграмма Смита…… 13
2. Длинные линии и описание их S-параметрами…….. 24
3. Моделирование активных СВЧ элементов…… 44
4. Согласование комплексных импедансов…… 57
5. Проектирование согласующих цепей СВЧ усилителей……..66
6. Заключение…… 92
7. Литература……. 94
8. Оглавление…….. 95